PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. 1. Mai 1921. 22. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 11 am 10. Mai 1921.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. Meißner, Erich Hübner †. S. 257.

W. Alexandrow, Eine Bemerkung zur Langevinschen Formel für die Suszeptibilität paramagnetischer Körper. S. 258.

F. Streintz, Die Polarität einer Platinzelle. S. 260.

H. Schüler, Über Potentialgefälle an Elektroden in Gasentladungsröhren. S. 264.

O. Meißner, Kolorimetrische Untersuchungen. VII. S. 268.

L. Vegard, Über die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome. S. 271.

F. Kottler, Rotierende Bezugssysteme in einer Minkowskischen Welt. S. 274.

H. Witte, Ein kurzer Weg zum beschränkten Relativitätsprinzip. S. 280.

W. S. Gripenberg, Einwirkung der Temperatur auf die Gestalt der Oberflächenschichten beim kristallinischen Selen. S. 281.

Th. Des Coudres, Berichtigung. S. 281.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

M. Born, Kritische Betrachtungen zur traditionellen Darstellung der Thermodynamik. (Schluß.) S. 282.

Besprechungen:

S. Odén, Die Huminsäuren. S. 286.

Briefkasten:

H. Witte, „Standpunktslehre". Ein Verdeutschungsvorschlag. S. 286.

Vorlesungsverzeichnis f. das Sommersemester 1921. S. 287.

Tagesereignisse. S. 288.

Personalien. S. 288.

Erich Hübner.

Zu den zahlreichen jungen Gelehrten, die ein Opfer des Weltkrieges geworden sind, gehört auch Dr. Gustav Johannes Erich Hübner, der beim Ausbruch des Krieges Assistent am Preußischen Geodätischen Institut war. Er wurde am 7. August 1886 in Lübben geboren, als ältester Sohn von Herrn Gustav Hübner, der jetzt am gleichen Institut als wissenschaftlicher Rechner und Hilfskraft des Bibliothekars tätig ist. Er besuchte das humanistische Victoriagymnasium in Potsdam von 1895—1905 und studierte dann an der Berliner Universität Mathematik, Physik, Astronomie und Geodäsie. Inzwischen genügte er auch seiner Militärpflicht als Einjährig-Freiwilliger und wurde zum Leutnant befördert. Er war mit Leib und Seele Soldat und ein begeisterter Anhänger der altpreußischen Disziplin, dabei aber durchaus kein Kriegsschwärmer; er hielt den Krieg vielmehr für ein großes Unglück. Mit Begeisterung zog er ins Feld, doch bereitete das Versagen der Feldpost in den ersten Kriegswochen ihm, der mit inniger Liebe an Eltern und Geschwistern hing, großen Kummer. Im September erhielt er einen leichten Streifschuß am Kopfe; seit dem 5. Oktober 1914, wo er in einem Gefecht um den Wald bei Les Loges Verstärkungen heranführte, wird er vermißt, und es ist durch Aussagen von Mitkämpfern festgestellt, daß er dort den Heldentod gefunden hat. Sein etwas impulsives Temperament brachte ihm gelegentlich Unannehmlichkeiten, doch konnte ihm bei seinem auf alles Edle und Gute gerichteten

Charakter niemand dauernd gram sein. Er war ein großer Naturfreund; auch besaß er nicht unbeträchliches mechanisches Geschick; u. a. konstruierte er eine Rechenmaschine mit 11 (statt wie gewöhnlich 10, in Japan 6) Kugeln auf jedem Stäbchen, die zum Patent angemeldet und auch angenommen war, doch vereitelte sein Tod die Ausnützung des Patents.

Ostern 1910 machte ihn der Institutsdirektor Helmert zu seinem persönlichen Assistenten. Als solcher beschäftigte er sich hauptsächlich mit der Theorie und Praxis der isostatischen Reduktion der Schwerkraft; auch seine Doktorarbeit, auf Grund deren er am 15. März 1913 in Berlin zum Doktor promoviert wurde, ist diesem Gebiet entnommen. Er gibt darin Formeln für die Anziehung eines sphärischen Hohlzylinders auf den Stationspunkt, und zeigt, daß sie innerhalb gewisser Genauigkeitsgrenzen mit den von Helmert in seinem Enzyklopädieartikel gegebenen übereinstimmen. Auch macht er, wie schon etwas vorher Schiötz, darauf aufmerksam, daß man in unmittelbarer Nähe der Station eigentlich nicht isostatisch, sondern topographisch reduzieren muß. Zur praktischen Bestimmung der isostatischen Reduktion berechnete er nach den Helmertschen Formeln Tabellen, die jedoch nur für eine Station im Meeresniveau völlig genau sind und deshalb vom Verfasser vorliegenden Nachrufes für alle in Betracht kommenden Seehöhen ergänzt wurden. Um sich die Unterlagen zu den isostatischen Reduktionen zu verschaffen, arbeitete er mehrere Wochen im Geographischen Institut der Berliner Universität, wo er die Überzeugung gewann, daß die Höhenangaben der außereuropäischen Länder meist noch außerordentlich lückenhaft sind, und daß unsere Kenntnis der Tiefenverhältnisse des Weltmeeres auf noch schwächeren Füßen steht. Die Ergebnisse, zu denen er gelangt ist, sind vom Verfasser dieser Zeilen zusammen mit seinen eigenen in den Astronomischen Nachrichten (Bd. **207**, Nr. 5067) veröffentlicht und diskutiert.

Weiterhin machte er für den Institutsdirektor selbst sowie für das Werk von Geheimrat Kühnen über das Mittelwasser der Ostsee verschiedene Ausgleichungen; auch war er Herrn Prof. Förster bei seinen Beobachtungen über Lateralrefraktion behilflich. Zweifellos waren von ihm noch bedeutende eigene Leistungen zu erwarten, aber der Krieg sollte seiner wissenschaftlichen Laufbahn ein jähes Ende setzen.

Otto Meißner.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Eine Bemerkung zur Langevinschen Formel für die Suszeptibilität paramagnetischer Körper.

Von W. Alexandrow.

Bei der Ableitung der Langevinschen Formel wird gewöhnlich in der Verteilungsfunktion nur die potentielle Energie berücksichtigt, da die kinetische Energie der Dipole auf das mittlere magnetische Moment offenbar keinen Einfluß hat. Jedoch muß, streng genommen (nach Gibbs), mit der Gesamtenergie gerechnet werden. Die Durchführung dieser Rechnung, die dann etwas komplizierter wird, zeigte, daß die Langevinsche Formel nur von einem endlichen Gebiet des Phasenraumes herrührt. Da dieses Verhalten kaum bemerkt worden sein dürfte, scheint es, namentlich in Rücksicht auf gewisse quantentheoretische Diskussionen[1]) von Interesse, diese Rechnung hier kurz mitzuteilen.

Die Gesamtenergie eines magnetischen Dipols sei

$$w = \frac{p_\vartheta^2}{2I} + \frac{p_\varphi^2}{2I\sin^2\vartheta} + 2mH\sin^2\frac{\vartheta}{2}.$$

1) F. Reiche, Ann. d. Phys. **58**, 657, 1919.

φ, ϑ sind sphärische Koordinaten; p_φ, p_ϑ die zugehörigen verallgemeinerten Impulse; I das Trägheitsmoment, m das magnetische Moment eines Moleküls; H das äußere Feld.

Um die Ausrechnung mit der Gesamtenergie zu führen, muß man das Integral, welches nach der statistischen Mechanik den Mittelwert $\overline{\cos\vartheta}$ liefert, zunächst für ein endliches Gebiet des Phasenraumes auswerten, welches durch eine beliebige Fläche konstanter Energie $w = \omega$ begrenzt wird, und dann $\omega \to \infty$ konvergieren lassen. Nun wird man aber dabei feststellen, daß dieses Integral von einem bestimmten Werte von w an (nämlich $w = 2mH$) sich überhaupt nicht mehr ändert. Führen wir nämlich folgende Bezeichnungen ein (T absolute Temperatur, k die Boltzmannsche Konstante):

$$\left| \begin{aligned} I_\omega &= \int\int\int\int\int_{w=0}^{w=\omega} \cos\vartheta\, e^{-\frac{w}{kT}}\, d\varphi\, d\vartheta\, dp_\varphi\, dp_\vartheta, \\ K_\omega &= \int\int\int\int\int_{w=0}^{w=\omega} e^{-\frac{w}{kT}}\, d\varphi\, d\vartheta\, dp_\varphi\, dp_\vartheta, \end{aligned} \right|$$

so ist der Mittelwert von $\cos\vartheta$ in dem Gebiete, das durch die Fläche $w = \omega$ begrenzt wird:

$$\overline{\cos\vartheta}_{(\omega)} = \frac{I_\omega}{K_\omega}. \tag{1}$$

Man hat unter Benutzung der Formel

$$\iint_{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} \le \omega} e^{-\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)} dx\, dy = \pi ab\,(1 - e^{-\omega})$$

zunächst:

$$K_\omega = 4\pi^2 IkT \cdot \frac{kT}{mH} \cdot \left(1 - e^{-2\frac{mH}{kT}}\right) + 8\pi^2 IkT\, e^{-\frac{w}{kT}},$$

also

$$K_\infty = 4\pi^2 IkT \cdot \frac{kT}{mH} \cdot \left(1 - e^{-2\frac{mH}{kT}}\right). \tag{2}$$

Wenn wir aber I_ω berechnen, so bemerken wir, daß sobald man in ϑ zwischen o und π integrieren darf — also sobald die Fläche konstanter Energie $w = \omega$ das erste an der Ebene $\vartheta = \pi$ heranreichende, durch die Fläche $w = 2mH$ begrenzte Gebiet des Phasenraumes (ϑ, p_ϑ, p_φ) schon enthält, — der Wert von I_ω nicht mehr von ω abhängt. Es ist nämlich dann:

$$I_\omega = 2\pi \int_0^\pi \cos\vartheta\, e^{-2\frac{mH}{kI}\sin^2\frac{\vartheta}{2}} d\vartheta \iint_{\left\{\frac{p_\vartheta^2}{2IkT}+\frac{p_\varphi^2}{2IkT\sin^2\vartheta} \le \frac{\omega}{kT} - 2\frac{mH}{kI}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right\}} e^{-\left(\frac{p_\vartheta^2}{2IkT}+\frac{p_\varphi^2}{2IkT\sin^2\vartheta}\right)} dp_\varphi\, dp_\vartheta$$

$$= 4\pi^2 IkT \left\{ \int_0^\pi e^{-2\frac{mH}{kI}\sin^2\frac{\vartheta}{2}} \cos\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta - e^{-\frac{\omega}{kI}} \int_0^\pi \sin\vartheta\cos\vartheta\, d\vartheta \right\}.$$

Hier ist nun das letzte Integral $= 0$ und I_ω ist in Wirklichkeit unter den erwähnten Bedingungen von ω unabhängig. Wir erhalten so $\left(x = \sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)$:

$$\left| \begin{aligned} I_\omega &= 8\pi^2 IkT \int_0^1 e^{-2\frac{mH}{kI}x}\,(1 - 2x)\, dx \\ &= 4\pi^2 IkT \cdot \frac{kT}{mH} \left\{ \left(1 - e^{-2\frac{mH}{kI}}\right)\left(1 - \frac{kT}{mH}\right) + 2e^{-2\frac{mH}{kT}} \right\}, \end{aligned} \right| \tag{3}$$

und es wird in der Tat, unter der Bedingung, daß die Integration in ϑ zwischen o und π ausgeführt wird, nach (1), (2), (3):

$$\overline{\cos\vartheta}_{(\omega)} = \frac{I_\omega}{K_\infty} = 1 - \frac{kT}{mH} + \frac{2e^{-2\frac{mH}{kI}}}{1 - e^{-2\frac{mH}{kI}}} = \coth\frac{mH}{kT} - \frac{kT}{mH},$$

also die Langevinsche Formel, die auf diese Weise nur vom Bereich $w \le 2mH$ des Phasenraumes herrührt.

Schreibt man, unter Hinzufügung einer Konstante $-2mH$, die Energie so auf:

$$w = \frac{p_\vartheta^2}{2I} + \frac{p_\varphi^2}{2I\sin^2\vartheta} - 2mH\cos^2\frac{\vartheta}{2},$$

so kann das Resultat als ein Satz der statistischen Mechanik folgendermaßen ausgesprochen werden:

Nur Moleküle, deren Gesamtenergie negativ ist, tragen zum Langevinschen Resultat bei; die Gesamtheit der übrigen erzeugt kein mittleres magnetisches Moment.

(Eingegangen 2. März 1921.)

Die Polarität einer Platinzelle.

Von Franz Streintz.

Als elektrolytische Wellenanzeiger werden zwei Elektroden aus Platindrähten, meist in Schwefelsäure verwendet, von denen die Anode aus einer feinen Spitze besteht. Wenn die Eignung zum Detektor an das Auftreten von Polarität gebunden ist, dann müßte diese auch an einer Platinzelle nachzuweisen sein. Über die galvanische Polarisation dieses Metalles liegt eine so große Zahl von Untersuchungen vor, daß es einigermaßen verwunderlich erscheinen müßte, wenn diese Eigenschaft noch von keinem Forscher aufgefunden worden wäre. Und trotzdem zeigen einfache Versuche, daß dieselben Erscheinungen, wie sie an den Grenzflächen von Kristallen und an einer Aluminiumzelle nachzuweisen wären[1]), auch an Platin auftreten. Die scheinbar einfachen Beziehungen zwischen den Stromstärken nach beiden Richtungen und ihr Verhalten zum Potential der ladenden Kette sollten erst auf dem recht mühseligen Umweg über den Kristalldetektor aufgefunden werden! —

Die Methode war dieselbe, wie sie bei Untersuchung der Polarität der Aluminiumzelle in Anwendung gekommen war. An Stelle von Blechen aus diesem Metall traten Platinelektroden, als Elektrolyt diente Schwefelsäure, nunmehr von einer Dichte, wie sie beim Bleiakkumulator gebräuchlich ist. Eine aus zwei breiten Streifen bestehende geladene negative Akkumulatorplatte umgab ringsum die in entsprechenden Abständen in die Säure getauchten Platinelektroden, die aus Spitzen und Blechen von verschiedener Oberfläche bestanden. Diese Elektroden konnten durch geeignete Schaltung mit der Bleiplatte verglichen werden. Zu den Strommessungen trat für stärkere Ströme ein empfindliches Westonvoltmeter, für schwächere ein Drehspulen-Spiegelgalvanometer in Verwendung, die Spannungen an den Polen der Zelle wurden mit Hilfe eines Dolezalekschen Binantenelektrometers ermittelt.

Zunächst stellte es sich heraus, daß bei sonst unveränderter Anordnung die Stromstärke i_{21} die stärkere war, wenn Platin mit Wasserstoff beladen wurde. Die Stromrichtung soll als kathodische bezeichnet werden. Wird Sauerstoff an diesem Metall abgeschieden, so entsteht der schwächere anodische Strom i_{12}. Der Bruch $U = \frac{i_{21} - i_{12}}{i_{21}}$ wird wieder als Strompolarität, sein Produkt mit der Spannung V der ladenden Kette als Leistungspolarität UV bezeichnet werden.

Bei den Messungen wurde der bereits erprobte Vorgang eingehalten. Zunächst wurde der kathodische Strom i_{21}, der mit Hilfe eines Rheostatenwiderstandes sorgfältig konstant gehalten worden war, durch eine Viertelstunde geschlossen belassen. Nur kurze Zeit nach erfolgtem Stromschlusse schwankte der Strom. Wenige Minuten später änderte er sich nicht mehr. Nach 15 Minuten erfolgte sofort der Stromwechsel nach i_{12}. Zunächst war meist $i_{12} > i_{21}$, eine Folge der Vereinigung beider Gase zu Wasser. Dann nahm der Strom erst langsam, bald rascher ab, um sich später etwa zwei Minuten ziemlich konstant zu halten. Endlich fiel er im Sturze ab, worauf er sich in den weiteren Minuten seinem Endwerte aperiodisch näherte. Nach einer Stromdauer von 10 Minuten trat meist entweder keinerlei Änderung oder doch nur eine sehr geringfügige ein, so daß man mit Sicherheit nach Verlauf der Viertelstunde den definitiven Endwert erhielt. Die beschriebene Art der Änderung des anodischen Stromes nach der Umkehrung tritt nur bei Elektroden von größerer Oberfläche auf und wird um so augenfälliger, je niedriger das Ladungspotential war.

Die zum Vergleiche dienende negative Akkumulatorplatte wurde von Zeit zu Zeit aufgeladen, der Vergleich mit Platin aber erst aufgenommen, wenn die Bleiplatte einen Tag lang sich selbst überlassen geblieben war.

Als Spitze wurde ein Platinfaden von 0,04 mm Durchmesser gewählt, der in ein zur Kapillare ausgezogenes Glasröhrchen eingeschmolzen war. Das in die Säure zu tauchende Ende wurde mit einer feinen Feile abgeschliffen, so daß mutmaßlich nur der Querschnitt des Fadens mit ihr in Verbindung stand. Als Elektroden von größerer Fläche kamen zwei gleich große Platinbleche von je 9,5×7,0 mm einseitiger Fläche in Verwendung. Ein Blech wurde blank belassen, das andere mit einer dichten Schicht von Platinschwarz überzogen. Durch diesen Überzug erhält bekanntlich die Elektrode eine bedeutend größere Oberfläche, als dies mit einer großen blanken Platte zu erzielen gewesen wäre. Außer diesen beiden kleinen Blechen stand noch ein größeres von 40×39 mm einseitiger Fläche zur Verfügung. Dieses wurde im blanken Zustande verwendet.

Die Versuche zeigten im Gegensatz zum Verhalten einer Aluminiumzelle, daß sich das Gesetz der Leistungspolarität in voller Klarheit ausprägte, während, wieder im Gegensatz zu diesem Metall, die Beziehungen zwischen den beiden Stromstärken sich weniger durchsichtig

1) Diese Zeitschr. **21**, 42, 316, 367 u. 477, 1920; **22**, 141, 1921.

gestalteten. Empfehlenswert ist in beiden Fällen, die Stromdichten möglichst herabzusetzen.

1. Das Gesetz der Leistungspolarität $UV = \text{konst.}$

Die Untersuchung der kleinen blanken Blechelektrode bei einer Säuredichte von 1,20 führte zu den in der Tabelle I angeführten Ergebnissen.

Tabelle I.

$i_{21} = 0{,}01500$ Weber					blankes Blech	
V Volt	R Ohm	i_{12} Weber	π_{12} Volt	π_{21} Volt	U	UV
8,12	515	0,01235	1,761	0,398	0,177	1,45
10,13	644	0,01300	1,761	0,501	0,133	1,35
12,22	787	0,01325	1,767	0,401	0,117	1,43
12,24	788	0,01330	1,755	0,412	0,113	1,39
14,35	936	0,01352	1,755	0,410	0,099	1,42
16,32	1074	0,01369	1,758	0,410	0,087	1,42
18,54	1207	0,01390	1,755	—	0,073	1,36
20,54	1337	0,01401	1,755	0,440	0,066	1,36
28,56	1871	0,01428	1,758	0,425	0,048	1,37
12,25	790	0,01329	1,758	0,425	0,114	1,40
					$M = 1{,}40$	

Das Potential der ladenden Kette ist mit V bezeichnet; R ist der gesamte Drahtwiderstand, der Widerstand des Meßinstrumentes inbegriffen. Da die große Akkumulatorenbatterie des Hauses den Strom lieferte, so kann R als der gesamte Widerstand bis zu den Klemmen der Zelle angesehen werden. π_{12} und π_{21} geben die mit dem Elektrometer gefundenen Klemmenspannungen in der anodischen und kathodischen Richtung an. U bedeutet den als Strompolarität bezeichneten echten Bruch, UV die Leistungspolarität. Sieht man von dem ersten bei 8 Volt gefundenen Wert ab, so kann man behaupten, daß die Leistungspolarität von 10 Volt aufwärts unveränderlich ist. Die Messungen erfolgten in drei Tagesabschnitten. In jedem dieser Abschnitte wurden Vergleiche bei einer Spannung von 12 Volt angestellt.

Die Tabelle II enthält die Messungen, die am platinierten Bleche angestellt wurden.

Aus den Zahlen geht hervor: 1. Die Klemmenspannung π_{12} wächst zunächst mit der Ladungsspannung, um von 10 Volt aufwärts unveränderlich zu werden, die Klemmenspannung π_{21} dagegen ändert sich von 4 Volt an nicht mehr. Das negative Vorzeichen zeigt an, daß bei der geringen Stromdichte das mit Wasserstoff bedeckte Blech elektronegativ gegen die Bleiplatte war. 2. Die Strompolarität U nimmt mit der Spannungszunahme der polarisierenden Kette derart ab, daß die Leistungspolarität bei 2,27

Tabelle II.

$i_{21} = 0{,}0100$ Weber					platiniertes Blech	
V Volt	R Ohm	i_{12} Weber	π_{12} Volt	π_{21} Volt	U	UV
1,976	223,1	0,00070	1,847	— 0,224	0,930	1,84
4,008	430,3	0,00477	2,191	— 0,236	0,523	2,10
6,066	636,3	0,00640	2,006	— 0,233	0,360	2,18
8,16	842	0,00723	1,997	— 0,236	0,277	2,26
10,21	1050	0,00779	2,030	— 0,233	0,221	2,26
12,25	1251	0,00813	2,054	— 0,224	0,187	2,29
10,26	1050	0,00779	2,050	— 0,212	0,221	2,27
12,29	1256	0,00815	2,036	— 0,233	0,185	2,27
14,28	1455	0,00841	2,027	— 0,230	0,159	2,27
16,35	1657	0,00860	2,030	— 0,236	0,140	2,29
18,38	1861	0,00877	2,027	— 0,233	0,123	2,26
20,42	2071	0,00887	2,021	— 0,233	0,113	2,30
22,48	2276	0,00900	2,036	— 0,233	0,100	2,25
24,53	2481	0,00908	2,036	— 0,236	0,092	2,26
30,60	3087	0,00926	2,036	— 0,236	0,074	2,26
40,84	4119	0,00943	2,036	— 0,236	0,057	2,3
69,36	6952	0,00968	2,036	— 0,236	0,032	2,2

konstant wird. Nur bei Ladungen zwischen 2 und 8 Volt ist sie kleiner und nimmt erst rascher, dann langsamer zu. Bei $V = 10{,}2$ Volt ist $i_{12} = 0{,}00779$, bei 30,60 Volt ergibt sich für $i_{12} = 0{,}00926$. Da π_{12} unveränderlich ist, so folgt, daß die an die Zelle in der Zeiteinheit abgegebenen Energien $i_{12}\pi_{12}$ sich wie die Stromstärken i_{12} verhalten. Es nimmt somit die Zelle im zweiten Fall rund die 1,2fache Energie auf. Daß UV bei geringen Ladungen kleiner wird, dürfte dem Einfluß der galvanischen Polarisation, deren Wertung sich bei dem angewendeten Verfahren entzieht, zuzuschreiben sein. Bei hohen Potentialen wird eine genauere Bestimmung der Leistungspolarität unmöglich infolge der Unsicherheit der Differenzbestimmung $i_{21} - i_{12}$.

Die elektromotorische Kraft des inkonstanten Elementes $Pb/H_2SO_4/Pt$ wurde mit dem Elektrometer ermittelt. Die vorher wiederholt polarisierten Platinelektroden gaben ganz verschiedene Werte. Reste von Gasen, die noch daran gelagert waren, wahrscheinlich auch die insbesondere mit Sauerstoff geschwängerte Säure, mochten diese Unbestimmtheit verursacht haben. Die Platinelektroden wurden daher in einem mit frischer Säure gefüllten Becherglase eine halbe Stunde lang ausgekocht. Nach der Abkühlung wurde das Becherglas durch ein enges Glasrohr mit der im Troge belassenen negativen Akkumulatorplatte überbrückt. Die ermittelten Potentialdifferenzen waren folgende (s. nächste Tab.).

Die Potentialdifferenzen blieben mithin trotz der Vorsichtsmaßregel noch immer wesentlich verschieden. Wurde eine positive Akkumulatorplatte in den Trog gestellt und mit der verwendeten negativen verglichen, so erhielt man

	Volt				
	im Verlaufe einer Stunde			am nächsten Tage	
Blei gegen das platinierte Blech	0,991	1,016	1,022	1,118	1,111
„ „ „ blanke Blech	0,936	0,942	0,948	0,960	0,962
„ „ die Spitze	0,618	0,620	0,624	0,651	0,652

1,966 Volt. Der beträchtliche Abstand in der Spannungsreihe von Platin zu Bleisuperoxyd in Schwefelsäure ist auffallend.

Da Platin sich elektronegativ gegen Blei verhält, so unterstützt die Zelle unmittelbar nach dem Schließen der Ladungskette deren elektromotorische Kraft, wenn der kathodische Strom geleitet wird, bei anodischer Richtung stellt sie sich ihr entgegen. Da in beiden Fällen sofort Polarisation eintritt, so wird von einem Einfluß auf die Polarisationserscheinungen nicht die Rede sein und zur Erklärung, daß $i_{21} > i_{12}$, herangezogen werden können. Aluminium verhält sich, wie gezeigt worden ist, elektropositiv gegen Blei. Trotzdem war auch hier i_{21} stets größer als i_{12}.

Ein Vergleich der beiden Tabellen I und II zeigt, daß die Polarität des platinierten Bleches trotz der geringeren Stromstärke größer war als jene des blanken Bleches. Es steht dieses Ergebnis im Widerspruch zu der später zu besprechenden Tatsache, daß mit Zunahme der Stromstärke an einem und demselben Blech die Strompolarität zunimmt. Allein es ergaben unmittelbar nacheinander vorgenommene Vergleiche zwischen beiden Blechen bei derselben Stromstärke i_{21}, daß bald das eine, bald das andere Blech die größere Polarität aufwies. Zwei Beispiele mögen als Beleg dienen:

$i_{21} = 0{,}0100$ Weber	blankes Blech				platiniertes Blech			
V	R	i_{12}	U	UV	R	i_{12}	U	UV
12,27	1255	0,00783	0,217	2,66	1258	0,00809	0,191	2,34
8,184	836,3	0,00684	0,316	2,60	850,3	0,00717	0,283	2,32

Das platinierte Blech zeigte also die geringere Polarität.

$i_{21} = 0{,}01500$ Weber	blankes Blech				platiniertes Blech			
V	R	i_{12}	U	UV	R	i_{12}	U	UV
10,23	675,3	0,01151	0,233	2,38	699,3	0,01149	0,234	2,39
12,29	814,3	0,01207	0,195	2,40	837	0,01208	0,195	2,40
13,97	933	0,01241	0,173	2,42	954	0,01244	0,170	2,37

Beide Bleche hatten gleiches polares Verhalten.

Wahrscheinlich macht sich bei geringen Stromdichten ihr Einfluß wenig geltend und es überwiegen andere nicht feststellbare Einflüsse, die von der jeweiligen Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche herrühren. Mit einer größeren Zahl von gleichen Blechen, die auch dieselbe Vorgeschichte besitzen, zu arbeiten, wie es bei Aluminium geschehen ist, war leider nicht möglich, da es an den Mitteln zur Anschaffung des so kostspielig gewordenen Metalles gebrach.

Daß der Zustand der Elektrodenoberfläche einen ganz wesentlichen Einfluß auf die Polarität hat, geht auch daraus hervor, daß sich diese, wenn das Blech längere Zeit bald als Kathode bald als Anode gedient hatte, verändert. So ergaben sich bei

$i_{21} = 0{,}01$ Weber und $V = 12{,}27$ Volt

an der blanken Platte:

	U	UV
am 4. Januar	0,113	1,39
„ 5. „	0,107	1,30
„ 7. „	0,127	1,56
„ 17. „	0,217	2,66
„ 19. „	0,211	2,60

Da die Polarität mit der Zeit wächst, so kann möglicherweise die fortschreitende Wasserstoffokklusion die Zunahme verursachen. Es erschien aber nicht ausgeschlossen, daß eine Abhängigkeit von der Konzentration der Schwefelsäure im Spiele ist. Die Bleiplatte war in dieser Zeit wiederholt neu aufgeladen worden. Zu diesem Zwecke wurde nach Entfernung der Platinelektroden eine positive Akkumulatorplatte in den Trog gebracht. Nach beendeter Ladung traten wieder die Bleche an ihre Stelle, die Säure verblieb in dem Troge. Es wurde versucht, eine Beziehung zwischen Polarität und Konzentration der Säure zu ermitteln. Das Ergebnis war folgendes (s. nächste Tabelle).

δ bedeutet die durch Wägungen ermittelte Säuredichte. Die Stromstärke i_{21} betrug in allen

δ	U	UV	δ	U	UV
1,209	0,230	2,35	1,150	0,223	2,29
1,204	0,224	2,28	1,134	0,221	2,27
1,184	0,220	2,25	1,118	0,220	2,26
1,162	0,223	2,29			

Fällen 0,0100 Weber, die elektromotorische Kraft der Ladungskette 10,21 Volt. Bei stärkerer Konzentration scheint die Polarität etwas größer zu sein, verhält sich aber schon von $\delta = 1{,}204$ abwärts unveränderlich. Von einem maßgebenden Einfluß der Säurestärke in dem Versuchsbereiche kann wohl kaum die Rede sein.

Die Prüfung des größeren Bleches auf Polarität bot nichts Bemerkenswertes. Dagegen zeigte die kleine Spitze eine weitaus größere Polarität als die beiden Bleche. So ergab z. B. ein Vergleich bei

$i_{21} = 0{,}01500$ und $V = 10{,}26$ Volt:

	R	i_{12}	π_{12}	π_{21}	U	UV
platiniertes Blech	697	0,01161	2,113	−0,206	0,226	2,32
blankes Blech	661	0,01142	2,440	+0,086	0,239	2,45
Spitze	522,3	0,01015 + 0,00005	4,832	+2,251	0,323	3,31

Die Untersuchung der Spitze wurde auch bei verschiedenen Ladungspotentialen durchgeführt. Man erhielt:

Tabellle III.

Spitze	$i_{21} = 0{,}0100$ Weber		UV
V	i_{12}	U	
6,23	0,00505	0,495	3,08
8,30	0,00627	0,373	3,10
10,56	0,00714	0,286	3,02
12,46	0,00755	0,245	3,05
20,42	0,00842	0,152	3,16

Nach beiden Richtungen des Stromes, insbesondere nach der anodischen, schwingt die Nadel sehr rasch um die Ruhelage, etwa im Ausmaße eines halben Teilstriches, um so stärker, je kleiner V ist. Die gefundenen Werte sind also mit einiger Unsicherheit behaftet. Trotzdem tritt das Gesetz der Leistungspolarität genügend klar hervor.

Sowie die Dauer der Beladung mit den Gasen eine Vergrößerung der Polarität an einer größeren Oberfläche bewirkt, so ließ sich feststellen, daß derselbe Erfolg auch an der Spitze erreicht wurde und zwar derart, daß schließlich vollkommene Ventilwirkung ($U = 1$) eintrat. Diese zeigte sich dann unabhängig von der elektromotorischen Kraft der Ladungskette, und zwar innerhalb weiter Grenzen. Entfernt man die Spitze aus der Säure und spült sie mit destilliertem Wasser ab, dann ist nach ihrem Wiedereintauchen die Ventilwirkung verschwunden. Es läßt sich zeigen, daß die Polarität und die Elektrizitätsströmung abhängig ist von der Art, wie die Gasbläschen von der Spitze aufsteigen oder an ihr haften bleiben. Im letzteren Falle kann sich ein geeigneter Kondensator ausbilden, der den Stromkreis unterbricht. Ist dies erreicht, dann kann auch bei höheren Potentialen der gesamte äußere Widerstand ausgeschaltet werden: der Stromkreis bleibt offen.

Bei der Mannigfaltigkeit der Vorgänge an Spitzen, die vorläufig noch nicht vollkommen übersehen werden konnten, wird es sich empfehlen, sie einer gesonderten Untersuchung zu unterziehen.

2. Das Gesetz der Strompolarität:

$$i_{12} = b\frac{i_{21}}{i_{12}} - a.$$

Die Versuche wurden mit dem platinierten Bleche angestellt in der Weise, daß bei konstantem Ladungspotential der kathodische Strom i_{21} in Stufen verstärkt wurde. Um zu guten Vergleichswerten zu gelangen, wurde der bereits bewährte Vorgang eingehalten, daß der Strom in jeder Richtung eine Viertelstunde lang geschlossen blieb. i_{21} wurde in dieser Zeit wieder mit Hilfe von Widerständen sorgfältig konstant erhalten. Das Ergebnis bei Anwendung von schwächeren Strömen ist folgendes:

Tabelle IV.

$V = 10{,}28$ Volt. $a = 0{,}370506$, $b = 0{,}29304$

R Ohm	π_{21} Volt	π_{12} Volt	i_{21} Weber	i_{12} beob. Weber	i_{12} ber.
3534	−0,283	1,947	0,00300	0,00236	0,00236
1762	−0,274	2,003	0,00600	0,00468	0,00469
1173	−0,268	2,030	0,00900	0,00697	0,00698
877,8	−0,265	2,050	0,01200	0,00928	0,00926
702,3	−0,265	2,068	0,01500	0,01152	0,01151

Die Messungen mit stärkeren Strömen ergaben (s. Tabelle V)).

Die Übereinstimmung der berechneten mit den beobachteten Werten ist wieder eine vortreffliche. Allein von einem linearen Verlauf, wie ihn die Gleichung erfordert, kann keine Rede mehr sein. Er gilt nur innerhalb gewisser Grenzen. Befremdend ist auch, daß der Koeffizient a größer als b ist, während die Gleichung

Tabelle V.

$V = 10{,}21$ Volt. $a = 6{,}75704$, $b = 5{,}16030$

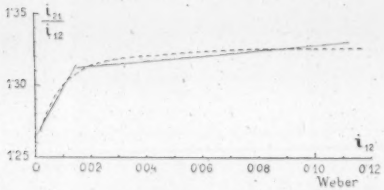
R Ohm	π_{21} Volt	π_{12} Volt	i_{21} Weber	i_{12} beob. Weber	i_{12} ber.
701,3	— 0,239	2,121	0,01500	0,01150	0,01143
351,3	— 0,242	2,161	0,0300	0,0228	0,0228
172,2	— 0,221	2,212	0,0600	0,0454	0,0455
113,4	— 0,204	2,251	0,0900	0,0680	0,0680
85,0	— 0,177	2,283	0,1200	0,0909	0,0904
67,6	— 0,156	2,310	0,1500	0,1127	0,1127

beansprucht, daß beim Verschwinden der Polarität

$$i_{21} = i_{12} = b - a \text{ wird.}$$

Es besteht kaum ein Zweifel, daß auch an Kristallen und der Aluminiumzelle das Gesetz nur innerhalb gewisser Grenzen Geltung hat. Nur war in der Aluminiumzelle die Polarität bei den schwächsten Strömen eine weitaus geringere, nämlich $U = 0{,}017$ bei 14 Volt und $i_{21} = 0{,}00300$, während sie in der Platinzelle noch 0,21 bei derselben Stromstärke und 10 Volt betrug. Deshalb war es statthaft, die Extrapolation bis $U = 0$ für Aluminium vorzunehmen, während dasselbe Verfahren für Platin nicht zulässig wird.

Die Beziehung zwischen beiden Stromstärken wird also nicht durch eine Gerade, sondern durch eine Kurve darzustellen sein, der jeweilig geradlinige Verlauf ist somit eine Sekante dieser Kurve, die sich für den Fall, als die Grenzen nicht zu weit gezogen sind, so eng an sie schmiegt, daß die Beobachtungsfehler überwiegen. Die beiliegende Zeichnung (Fig. 1) der beiden



aus den Tabellen IV und V ermittelten Geraden wird nach dieser Überlegung ohne weiteres verständlich.

Die Aufgabe, den Punkt $U = 0$ auszumitteln, ist trotz vieler darauf verwendeter Mühe gescheitert. Denn selbst bei einer Stromstärke i_{21} von nur 10 Mikroweber und einer Ladungsspannung von 10 Volt betrug U noch 0,09, war also fünfmal so groß als an Aluminium bei der 300fachen Stromstärke. Dazu kommt, daß diesmal die sonst bewährte Regel, nach der ein regelmäßiger Verlauf um so reiner zur Geltung kommt, je geringer die angewendeten Stromdichten sind, völlig versagte. Geht man nämlich bei derselben Spannung von schwächeren Strömen zu stärkeren über, so nimmt im allgemeinen die Polarität zu, um aber, meist mitten in einer Reihe, aus dem linearen Verlauf herauszutreten, eine Erscheinung, die bei allen angewendeten Ladungsspannungen von 8 bis 20 Volt festzustellen war. Die geringste Polarität fand sich bei einer Stromstärke von 20 Mikroweber und 20 Volt Ladungsspannung vor; sie betrug noch immer 0,045, in vollkommener Übereinstimmung mit der Bedingung $UV = \text{konst}$, wenn man davon absieht, daß die Stromstärke i_{21} verdoppelt worden ist.

Das Ergebnis der Untersuchung läßt sich etwa in folgende Sätze formen:

1. Die Polarität des Platins wird in derselben Weise, wie an Kristallen und Aluminium nachzuweisen war, durch Bildung eines Kondensators an den Grenzschichten bei anodischer Stromrichtung erzeugt.
2. Das Gesetz der Leistungspolarität ist von 8 Volt Ladungsspannung aufwärts erfüllt.
3. Das Gesetz der Strompolarität gilt für Platin und wahrscheinlich auch an Kristallen und für Aluminium nur innerhalb gewisser Grenzen. Änderungen des Zustandes an den Oberflächen der Elektroden, deren Ursachen verborgen bleiben, machen es unmöglich, eine allgemeingültige Beziehung zwischen den Stromstärken in der kathodischen und anodischen Richtung aufzustellen.

Mein Assistent, Herr Dr. Fiala hat mich bei Ausführung der langwierigen Versuche wesentlich unterstützt. Ich drücke ihm für seine Mühe-leistung den Dank aus.

Graz, 2. Physik. Inst. der Techn. Hochschule, 28. Februar 1921.

(Eingegangen 3. März 1921.)

Über Potentialgefälle an Elektroden in Gasentladungsröhren.

Von Hermann Schüler.

(Vorläufige Mitteilung.)

Untersuchungen über die elektrischen Verhältnisse an einer bestimmten Art von Entladungsröhren, die in der Literatur in dieser Form wohl noch nicht beschrieben sind, führten zu Resultaten, die überraschend einfache Beziehungen in Entladungsröhren aufdeckten.

Da der Ausbau der bisher gewonnenen Resultate noch viele Arbeit erfordert, und da andererseits die von Franck und seinen Schülern be-

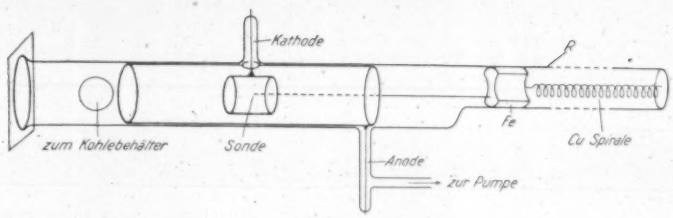


Fig. 1.

arbeiteten Probleme über die Ionisierungsspannungen von He und H_2 eine neue unerwartete Stütze finden, so glaube ich diese vorläufige Mitteilung machen zu sollen.

Fig. 1 zeigt die Form und die Anordnung der benutzten Entladungsröhre. Sie besteht aus zwei konzentrischen Zylinderelektroden. Der Kathodendurchmesser ist $2r = 19{,}8$ mm, der Anodendurchmesser $2R = 28{,}4$ mm, so daß ein Zwischenraum von etwa 4,3 mm zwischen Anode und Kathode besteht. Die Länge der Kathode beträgt $l = 22$ mm und die Länge der Anode $L = 132$ mm. Durch die Wahl solcher Größenverhältnisse, $\frac{l}{L} = \frac{1}{6}$, soll die Kathode sich in einem elektrostatisch möglichst geschützten Felde befinden und den gefährlichen Wandladungen entzogen sein. Andrerseits sind, außer den Symmetriebedingungen auch die Bedingungen für ein sorgfältiges Reinigen der Elektroden durch starke Ströme günstig.

Betreibt man eine solche Röhre mit Gleichstrom, so erscheint bei höherem Druck das negative Glimmlicht in dem Raum zwischen Anode und Kathode (Form A), bei abnehmendem Druck wandert das negative Glimmlicht in das Innere der Kathode (Form B) und erfüllt in Gestalt eines konaxialen Zylinders die Kathode.

Unter diesen Bedingungen ist von dem üblichen positiven Licht nichts zu sehen.

Diese Eigentümlichkeit regte zu Untersuchungen über die elektrischen Feldverhältnisse an. Es wurden Vorrichtungen zur Sondenmessung eingebaut, wie sie Fig. 1 darstellt. Der eiserne Halter des Sondendrahtes (Fe) ist durch Magnet im Rohre R verschiebbar und drehbar, so daß man der Sonde jegliche erwünschte Stellung geben kann. Der Sondendraht ist durch ein Glasröhrchen und am Ende durch ein Quarzröhrchen geschützt. Die eigentliche Sonde besteht aus einem etwa 2 mm langen und einige Hundertstel Millimeter dicken Pt-Drähtchen, das sich bald mit dem zerstäubten Elektrodenmetall bedeckt und so eine besondere Berücksichtigung des Voltapotentiales unnötig macht.

Messungen in dem negativen Glimmlicht bei Entladungen in H_2 ergeben bei nicht zu geringen Drucken eine Konstanz des Potentialgefälles Anode—Sonde, die überrascht.

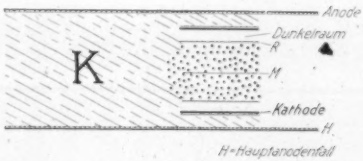


Fig. 2.

Die Potentialvermehrung von der Mitte des Glimmlichtes (M), Fig. 2, bis beinahe an den Rand des Glimmlichtes (R) beträgt 1 bis 2 Volt, oft aber weniger als 1 Volt. Bringt man nun die Sonde in den Raum K, so nimmt das Potentialgefälle Anode—Sonde auch nur um 2 bis 3 Volt, in manchen Fällen etwas mehr, in manchen etwas weniger ab. Der größte Teil des Gefälles Kathodenmitte—Anode muß unmittelbar an der Anodenoberfläche liegen, und der Raum K und der Glimmlichtraum bilden einen Raum von annähernd konstantem Potential.

Da die Elektronen im negativen Glimmlicht ihre ganze Bewegungsenergie durch Zusammenstöße einbüßen, so wird der Anodenfall (gemessen Kathodenmitte—Anode) ein richtiges Maß für die Geschwindigkeiten ergeben, mit der die Elektronen die Anodenoberfläche erreichen. Diese Geschwindigkeiten wurden in H_2 zu 16,8 Volt und 30,3 Volt gemessen. Und zwar treten diese Größen, auf deren genaue Festlegung noch nicht Wert gelegt worden ist, erst dann auf, wenn die Röhre durch starke Ströme (80 M.-A.) und unter Umständen durch O_2-Behandlung sorgfältig gereinigt ist. Bei den Messungen wurde die Röhre mit schwachen Strömen von einigen Milli-Ampère betrieben, sie stand währenddessen in Verbindung mit einem Kohlebehälter, der in flüssige Luft tauchte. Da die Ionisierungsspannungen von H_2 nach den

Angaben von Franck[1]) außer 11,5 Volt vor allem 17,1 und 30,4 Volt betragen sollen, so lag die in der Literatur[2]) schon wiederholt festgestellte Tatsache vor, daß die an der Anodenoberfläche ankommenden Elektronen eine solche Geschwindigkeit besitzen, daß sie das Gas vor der Anode ionisieren können. Und zwar haben die Potentialgefälle, Kathodenmitte—Anode, das Bestreben, das zeigte sich bei den Versuchen, sich auf einen von diesen Werten einzustellen, so daß die Zwischenwerte gewissermaßen labile Zustände darstellen.

Wie liegen nun die Verhältnisse an der Kathode? Betrachtet man eine selbständige Glimmentladung mit normalem Kathodenfall, so ist, wenn man von den Rekombinationen in der Entladungsbahn absieht, die Kathodenoberfläche die Quelle für Elektronen und die Senke für positive Ionen und die Anode die Quelle für positive Ionen und die Senke der Elektronen. An der Anode haben die Elektronen vor ihrem Versinken noch die Aufgabe, positive Ionen zu schaffen, und diese für die selbständige Entladung notwendige Bedingung können sie nur erfüllen durch Geschwindigkeiten, die mindestens gleich irgendeiner Ionisierungsspannung des betreffenden Gases sind. An der Kathode müssen die positiven Ionen neue Elektronen schaffen. Da nun die Dunkelraumlänge gleich der freien Weglänge der Elektronen ist, so werden z. B. in H_2 die aus der negativen Glimmschicht stammenden positiven Ionen auf ihrer Wanderung zur Kathode im Mittel $4\sqrt{2} = 5{,}66$ Zusammenstöße erleiden, weil ja die freie Weglänge des Elektrons $4\sqrt{2}$ größer ist als die eines H_2-Moleküls. Bei einem jeden solcher Zusammenstöße wird nun das positive Wasserstoffion entweder 17,1 oder 30,4 Volt einbüßen. Nehmen wir zuerst 30,4 Volt an. Das müßte einem Energieaufwand von $5{,}66 \cdot 30{,}4 = 171{,}9$ Volt entsprechen. Erst unter solchen Verhältnissen ist das positive Ion bis zur Kathodenoberfläche gelangt und hat die unbedingt notwendigen Elektronen geschaffen. Die Messung des Kathodenfalles an *Al* in H_2 ergab 173,8 Volt. Wenn dazu noch das Anodengefälle von $1 \cdot 30{,}4$ Volt kommt, so müßte das Gesamtpotential an der Röhre 202,3 Volt betragen.

Gefunden wurde 199,5 und 200,3 Volt (an *Al*).

Es liegt also die Entladungsform

$$5{,}66 \cdot 30{,}4 + 1 \cdot 30{,}4$$

vor.

Unter besonderen Bedingungen besteht nun die Möglichkeit, daß das positive Ion beim ersten Zusammenstoß noch keine 30,4 Volt Geschwindigkeit hat, daß es also nur 17,1 Volt beim ersten Zusammenstoß verliert; dann müßte sich als Gesamtspannung

$$\left.\begin{matrix} 4{,}66 \cdot 30{,}4 \\ 1 \cdot 17{,}1 \end{matrix}\right\} + 1 \cdot 30{,}4 = 189{,}0 \text{ Volt}$$

ergeben, gemessen wurde 188,8 Volt (an *Al*). Genau wie beim Anodenfall sind diese gemessenen Werte stabil, die Zwischenwerte labil.

Die Frage, ob nun auch eine Entladung von Stufen mit 17,1 Volt möglich ist, konnte bejaht werden. Bei höherem Druck, wenn die Entladungsform *B* (s. oben) vorhanden ist, brennt sich die Röhre allmählich bei mittlerem etwa 15 M.-A. starken Strom in eine Entladungsform *E* ein, die bisher noch nicht bekannt zu sein scheint. Ein halbkugelförmiger Lichtwulst, der unmittelbar an der Kathodenoberfläche anliegt, ist durch einen kleinen Dunkelraum von einer Lichthaut an der Anode getrennt.

Daß hier die Entladungsform

$$5{,}66 \cdot 17{,}1 + 1 \cdot 17{,}1 = 113{,}8 \text{ Volt}$$

vorliegt, bewiesen die Messungen, es ergaben sich die Werte

$$\left.\begin{matrix} 113{,}7 \\ 115{,}8 \\ 114{,}9 \\ 114{,}6 \end{matrix}\right\} \text{ im Mittel } 114{,}8 \text{ Volt.}$$

Ja noch mehr, wird der Druck verringert, so dehnt sich das Glimmlicht bis an die Anode aus, die anodische Lichthaut verschwindet, und das Gesamtpotential muß jetzt

$$5{,}66 \cdot 17{,}1 + 0 = 96{,}7 \text{ Volt}$$

zeigen, tatsächlich ergab sich der Wert 95,3 Volt.

Hier zeigt sich, daß ein Anodenfall keine notwendige Bedingung für eine selbständige Entladung ist. Die Elektronen brauchen keine positiven Ionen zu schaffen, weil das an positiven Ionen reiche Gebiet des negativen Glimmlichtes sich bis an die Anodenoberfläche ausdehnt.

Alle diese Werte wurden in einer Röhre mit H_2-Füllung und *Al*-Elektroden gefunden.

Der nächste Schritt galt den Versuchen an *Al* mit *He*. Das Verhältnis der freien Weglänge des Elektrons zum *He*-Molekül ist 4,16, die Ionisierungsspannungen betragen nach Franck und Knipping[1]) 25,3 und 79,5 Volt. In Analogie zu H_2 muß also z. B. als Gesamtspannung $4{,}16 \cdot 25{,}3 + 1 \cdot 25{,}3 = 130{,}5$ Volt vorhanden sein; gemessen sind

$$\left.\begin{matrix} 131{,}7 \\ 131{,}0 \\ 134{,}0 \\ 129 \end{matrix}\right\} \text{ im Mittel } 131{,}4,$$

1) Franck, Verhandl. d. D. Phys. Ges. **21**, 731, 1919.
2) z. B. Skinner, Phil. Mag. **8**, 397, 1904 und Thea Krüger, Ann. d. Phys. **64**, 302, 1921.

1) Franck und Knipping, diese Zeitschr. **20**, 481, 1919.

oder wenn das negative Glimmlicht bis an die Anode reicht

$$4{,}16 \cdot 25{,}3 + 0 = 105{,}2 \text{ Volt}$$

gefunden wurde

$$\left.\begin{matrix}104{,}0\\107{,}8\\100{,}0\end{matrix}\right\} \text{ im Mittel } 103{,}9 \text{ Volt.}$$

Alsdann steht zu erwarten ein Kathodengefälle von $4{,}16 \cdot 79{,}5$. Dieser Fall ist bisher noch nicht erreicht worden, dagegen stellt sich gewöhnlich folgender stationäre Zustand ein

$$\left.\begin{matrix}3{,}16 \cdot 25{,}3\\+\ 1\ \cdot 79{,}5\end{matrix}\right| = 159{,}4 \text{ Volt,}$$

gemessen sind

$$\left.\begin{matrix}163\\160\\161\end{matrix}\right\} \text{ im Mittel } 161{,}3 \text{ Volt.}$$

Die Verhältnisse liegen hier anscheinend so: wenn der Hauptstrom der positiven Ionen im Mittel 3,16 Zusammenstöße erlitten hat und dabei an Energie $3{,}16 \cdot 25{,}3 = 79{,}9$ Volt aufgebraucht hat, gibt es noch eine kleine Anzahl positiver Ionen, die noch keinen Zusammenstoß erlitten haben, also an Energie 79,9 Volt besitzen und nun bei Abgabe dieser Energie ganz in der Nähe der Kathodenoberfläche die vollständige Zertrümmerung des *He*-Moleküls bewirken und damit den letzten Sprung von 79,5 Volt anregen, auf den die Röhrenspannung sich dann einstellt. Wenn man nun noch den Anodenfall (z. B. durch geeigneten Druck) sich ausbilden läßt, so ist als Gesamtspannung zu erwarten

$$\left.\begin{matrix}3{,}16 \cdot 25{,}3\\+\ 1\ \cdot 79{,}3\end{matrix}\right| + 1 \cdot 25{,}3 = 184{,}7 \text{ Volt,}$$

gefunden sind

$$\left.\begin{matrix}186\\181{,}2\\184\\187\end{matrix}\right\} \text{ im Mittel } 184{,}5 \text{ Volt.}$$

Wie steht es nun mit dem Wert von 80 Volt, den Mey[1]) an *Na*-Elektroden im *He* gefunden hat? Vielleicht deutet sich der Wert so, daß die positiven Ionen bei ihrem ersten Zusammenstoß im Mittel noch nicht die Energie von 25,3 Volt haben und infolge elastischer Reflexion keinen Energieverlust aufweisen, so daß der Kathodenfall gleich

$$\left.\begin{matrix}0\\+\ 3{,}16 \cdot 25{,}3\end{matrix}\right| = 79{,}9 \text{ Volt ist}^2).$$

Welche Faktoren beim Einstellen auf die verschiedenen Gleichgewichtszustände eine Rolle spielen, das muß später noch erst klargelegt werden. Soviel läßt sich bisher sagen, daß durch Zuführen von spektroskopisch gerade noch nachweisbaren Mengen O_2 in *He*-Entladungen, die lange Zeit stabile Spannung von 185 Volt sofort herunterging auf 150 Volt und sich dann ganz allmählich mit dem Verschwinden von O_2 auf 131 Volt einstellte. Die äußerst geringe Menge fremden Gases mit niedrigerer Ionisierungsspannung wirkt gewissermaßen als Anregung. Auf jeden Fall bleiben die erreichten Zustände tagelang erhalten.

Wie steht es nun mit den Entladungen an Elektroden aus anderen Metallen? Was für eine Rolle spielt überhaupt das Metall? Nach den Warburgschen Arbeiten[1]) mußten *Zn*, *Fe*, *Cu*, *Ag*, *Pt* andere und zwar höhere Kathodenfälle aufweisen als *Al*. Messungen an der gleichen Röhre mit *Fe*-Elektroden in H_2 ergaben nach sorgfältiger Reinigung bei Anwendung von flüssiger Luft und Kohle folgendes Resultat:

Gesamtspannung	242,9 Volt
Kathodenmitte—Anode	5,0 „
Kathodenfall	237,9 Volt.

Nun ist aber

$$\left.\begin{matrix}5{,}66 \cdot 11{,}5\\+\ 5{,}66 \cdot 30{,}4\end{matrix}\right| = 236{,}9_8 \text{ Volt.}$$

Hier taucht also der Gedanke an einen Doppeldunkelraum auf. Die Messungen Astons[2]) über die Dunkelraumlänge an verschiedenen Metallen scheinen diesem Gedanken entgegenzukommen. Bei dieser ersten Entladungsform des Eisens trat bei Strom- oder Druckregulierung ähnlich wie bei der Entladungsform *E* (*Al* und H_2 s. oben) ein anodisches Lichthäutchen auf; und das stabile Entladungspotential wurde zu 268,8 Volt gefunden, entsprechend

$$\left.\begin{matrix}5{,}66 \cdot 11{,}5\\+\ 5{,}66 \cdot 30{,}4\end{matrix}\right| + 1 \cdot 30{,}4 = 267{,}4 \text{ Volt.}$$

Der Wert von 11,5 Volt ist von Franck als diejenige Arbeit gedeutet, die notwendig ist, um 1 Elektron aus dem H_2-Molekül zu entfernen. Die gute Übereinstimmung der theoretischen und der gefundenen Größen ist vielleicht eine zufällige. Da diese Funde die Existenz von Doppeldunkelräumen noch nicht sicher stellten, so wurde nach weiteren Bestätigungen gesucht, und sie wurden gefunden. Da später ausführlich darüber berichtet werden wird, so seien der Kürze halber hier nur die Resultate vermerkt.

Es wurde beobachtet:

Gesamtentladung	271,1	267,5	273,3
Kathodenmitte—Anode .	3,7	1,9	2,3
Kathodenfall	267,4	265,6	271,0

im Mittel 268,0.

1) Mey, Ann. d. Phys. 11, 127, 1903.
2) Anmerkung bei der Korrektur: inzwischen ist auch der Wert 79,9 Volt in *He* an *Al* beobachtet worden.

1) Warburg, Wied. Ann. 31. 545, 1887; 40, 1, 1890.
2) Aston, Proc. Roy. Soc. A, 87, 428, 1912.

Das läßt sich deuten als

$$\left.\begin{matrix} 5{,}66 \cdot 17{,}1 \\ + 5{,}66 \cdot 30{,}4 \end{matrix}\right\} = 268{,}7 \text{ Volt Kathodenfall,}$$

weiter

Gesamtentladung	258,4	258,5
Kathodenmitte—Anode	2,5	3,0
Kathodenfall	255,9	255,5

im Mittel 255,7 Volt.

Das kann sein

$$\left.\begin{matrix} 5{,}66 \cdot 17{,}1 \\ 4{,}66 \cdot 30{,}4 \\ 1 \cdot 17{,}1 \end{matrix}\right\} = 255{,}4 \text{ Volt}$$

Hier büßt, wie bereits oben beim Al festgestellt wurde, das positive Ion nur 17,1 Volt statt 30,4 Volt beim ersten Zusammenstoß ein.

Bewirkt man eine Entladung in dem Raume zwischen Anode und Kathode und wählt den Druck so, daß die negative Glimmschicht nicht ganz bis an die Anode reicht, so stellt sich der stabile Wert

299,4 Volt ein,

identisch mit

$$\left.\begin{matrix} 5{,}66 \cdot 17{,}1 \\ 5{,}66 \cdot 30{,}4 \end{matrix}\right\} + 1 \cdot 30{,}4 = 299{,}1 \text{ Volt.}$$

Die Resultate weisen also auf eine Existenz der Doppeldunkelräume 11,5/30,4 und 17,1/30,4 hin. Andere Kombinationen der drei H_2-Ionisierungsspannungen sind bis jetzt noch nicht festgestellt. Es lassen sich mit diesen drei Zahlen allerlei Gesamtpotentiale zusammenstellen, deren Werte sich in dem Raume von 250 bis 300 Volt so häufen, daß man bei vorsichtiger Beurteilung keine weiteren Schlüsse ziehen kann; aber die gefundenen Doppeldunkelräume halte ich für sicher.

Über den Mechanismus solcher Doppeldunkelräume und ihren Zusammenhang mit dem Elektrodenmetall — bei Al sind bis jetzt nur einfache Dunkelräume gefunden — kann zurzeit nichts ausgesagt werden. Vielleicht lassen sich die Erscheinungen an den doppelfarbigen positiven Schichten des H_2 hiermit in Zusammenhang bringen. Auch die 2—4 Volt großen Anodengefälle, die neben den Ionisierungspotentialen an Fe gefunden wurden, sind noch nicht geklärt.

Zusammenfassend ist also folgendes festgestellt worden:

1. Der normale Kathodenfall wird definiert als die Energie, die nötig ist, positive Ionen aus der negativen Glimmschicht so an die Kathode zu bringen, daß sie bei ihren Zusammenstößen im Dunkelraum das Entladungsgas ionisieren und damit die für die selbständige Entladung notwendigen Elektronen schaffen.

2. Es bestehen einfache Beziehungen zwischen den Ionisierungsspannungen eines Gases, dem Verhältnis der freien Weglänge des Elektrons zur freien Weglänge des Gasmoleküls und dem normalen Kathoden- und Anodenfall.

3. Es sind in H_2 an Al zwei vollständig verschiedene und in H_2 an Fe zwei weitere verschiedene Entladungsformen festgestellt, so daß der Begriff des normalen Kathodenfalles eines Gases an einem Metall nicht mehr eindeutig ist.

4. Unter besonderen Umständen ist die Gesamtspannung an einer Entladungsröhre gleich dem Kathodenfall. Der Anodenfall ist keine notwendige Bedingung für eine selbständige Entladung.

5. Glimmentladungen in möglichst reinen Gasen haben das Bestreben, sich auf ganz bestimmte Werte von Entladungspotentialen einzustellen. Die Zwischenwerte sind labil.

6. Es sind Doppeldunkelräume mit den Ionisierungsstufen 11,5/30,4 und 17,1/30,4 bei H_2 gefunden.

7. Die Potentialgefälle an den Elektroden sind nur abhängig von den Konstanten des Gases. Konstanten des Metalles scheinen keine Rolle zu spielen. Die Wirkung der Metalle oder der infolge von Zerstäubung in Entladungsröhren immer vorhandenen Metalldämpfe scheint lediglich eine katalysatorische zu sein.

Ich möchte diese Mitteilung nicht schließen, ohne voll Dankbarkeit der unermüdlichen Unterstützung Erwähnung zu tun, die mir von seiten des Herrn Prof. Paschen zuteil wurde.

Tübingen, Physikalisches Institut, Februar 1921.

(Eingegangen 2. März 1921.)

Kolorimetrische Untersuchungen. VII.

Von Otto Meißner.

1. Einige Bemerkungen zur Ostwaldschen Theorie.

Herr K. W. F. Kohlrausch greift[1]) die Ostwaldsche Theorie in verschiedenen Punkten an; er hält sie, kurz gesagt, zwar für praktisch ausreichend, aber theoretisch unzulänglich. Auf einige seiner Bemängelungen, die zum Teil offenbar auf Mißverständnissen beruhen, möchte ich hier eingehen.

1. Bestimmung des Schwarz- und Weißgehaltes. Kohlrausch verwirft die Ostwaldsche Filterprüfung — theoretisch; daß sie praktisch genügt, muß er selbst zugeben —,

1) Diese Zeitschr. 21, 473 ff., 1920.

weil sie sich nur auf zwei Punkte der Remissionskurve stütze. Nun sind aber die Filter natürlich nicht monochromatisch, sondern lassen für je zwei relativ breite Spektralbezirke das Licht nahezu völlig durch bzw. verschlucken es. (Der ideale Fall, daß sie für ein Farbenhalb absolut durchlässig, für das andre absolut undurchlässig wären, wird freilich nicht annähernd erreicht.) Nur an der Grenze ihres Anwendungsbereiches ist die Bestimmung mit Hilfe der Filter etwas unsicher. Ein passendes Filter vorausgesetzt, ist die Ostwaldsche Methode auch theoretisch einwandfrei, denn — von der hier gar nicht in Frage kommenden absoluten Helligkeit abgesehen — bei Ostwald ist (wie bei Helmholtz) die Farbe durch drei, doch wohl auch nach Kohlrauschs Meinung unabhängige „Koordinaten" bestimmt; demnach kann gar nicht der von Kohlrausch a. a. O., S. 475, Spalte 2 vorausgesetzte Fall eintreten, daß zwei verschieden aussehende Farben gleiche h_a und h_r (gleiche w und s) haben.

2. Gesättigte Farben. Mir ist die Ostwaldsche Definition gesättigter Farben durchaus klar: sie remittieren ein Farbenhalb völlig und absorbieren das andere völlig: für jenes sind sie gewissermaßen „weiß", für dieses „schwarz". Daß Rot bis Gelb „Vollfarben" sind, hat Kohlrausch nur bestätigen können; daß dies bezüglich der grünen und blauen Farben im „Farbkörper" — den 1000 Mark, jetzt wohl noch weit mehr, kostenden „Farbenatlas" habe ich mir als Privatmann nicht anschaffen können, kann also über dessen Farben kein Urteil abgeben — nicht der Fall ist, ist auch richtig, aber auch W. Ostwald bekannt, der deshalb[2]) diesen Farben, vorläufig empirisch, einen „natürlichen Schwarzgehalt" zuerkennt, so daß ein blaugrün $71pa$ trotz des 2. Buchstabens a seines „Farbzeichens" einen weit größeren Schwarzgehalt hat als das komplementäre Rot $21pa$ derselben Farbtafel. Mit anderen Worten: zwei Komplementärfarben mit gleichen Farbzeichen haben verschiedene Kennzahlen. Für die „kalte" Farbe 71 O.-Sk. ist $pa \leqq 57$ Proz. Schwarzgehalt, für die „warme" 21 nur $\leqq 37$, d. h. die Kennzahlen und Farbzeichen sind etwa[2]):

$$71pa \sim 71,\ 05,\ 50;\quad 21pa \sim 21,\ 05,\ 30.$$

Vielleicht ist Herrn Kohlrausch dies Buch von Ostwald unzugänglich gewesen; seine bisherigen Bedenken sind jedenfalls unberechtigt; ob es praktisch zweckmäßig und durchführbar ist, daß gleiche Farbzeichen bei den verschiedenen Farben ganz verschiedenen Schwarzgehalten entsprechen, ist eine andere Sache; auch Ostwald selbst scheint es nicht ohne Bedenken getan zu haben. Bei meinen Untersuchungen gebe ich deshalb stets den Weiß- und Schwarzgehalt an, welch letzterer dann eben erfahrungsgemäß bei blau-grün, Nr. 40—90 etwa, nicht unter 50 (Proz.) sinken kann. Eine grüne „Vollfarbe", wenn es solche gäbe, würde sich also mittels der Farbzeichen nicht darstellen lassen, wohl aber mit jeder wünschenswerten Genauigkeit durch die Kennzahlen.

Schließlich spricht im Kapitel 14 des zitierten Werkes Ostwald ausdrücklich von Farben mit gleichen Kennzahlen, die verschiedenartige Emissionskurven haben, bezeichnet sie als „metamer", erklärt sie für tatsächlich vorhanden und behauptet, im Gegensatz zu Kohlrausch, daß sie auch auf das menschliche Auge denselben Eindruck machen. Mit Rücksicht auf die Heringsche Theorie und die Tatsache der Dreidimensionalität des „Farbkörpers" halte ich diese Ansicht für richtig, kann sie aber wegen Mangels der nötigen experimentellen Hilfsmittel nicht verifizieren.

3. Bezogenheit der Farbe. Auch über die „Bezogenheit" der Farbe gibt Ostwald in seinem Buche durchaus klaren Aufschluß (6. Kapitel). Kurz gesagt, wenn auch gewissermaßen negativ: eine Farbe ist (oder heißt) „unbezogen", wenn man nur sie allein im Gesichtsfeld hat; sie erscheint dann gleichartig hell[1]), aber ohne jede Beimischung von „Schwarz". In jedem andern Fall (d. h. praktisch so gut wie immer) heißt die Farbe bezogen und hat einen mehr oder weniger großen Schwarzgehalt. Ich habe selbst einen von Ostwald[2]) angegebenen Versuch mit dem an sich schon etwas „trüben" Gelb des Reichskursbuchumschlages wiederholt und etwas variiert. Allein im Gesichtsfeld, bei dunkler Umrahmung, erschien es stets gelb; bei weißer Umrahmung wurde es, je nach der Beleuchtung des Weiß, bis zu tief olivgrün: eine frappierende Wirkung der „Bezogenheit" der Farbe und des infolgedessen auftretenden Schwarzgehaltes, der übrigens, um Mißverständnissen vorzubeugen, dank der objektiven Art seiner Messung durch Filter in heller wie in dunklerer Umgebung stets derselbe bleibt; weder ist theoretisch eine Änderung desselben bei verschiedener absoluter Helligkeit (und sonst ganz gleichen äußeren Umständen) zu erwarten, noch habe ich bei meinen zahl-

1) Näheres in seiner „Physikalischen Farbenlehre", Leipzig 1919, Verlag Unesma.

2) Vgl. Ostwald, a. a. O., S. 233, 229 und allgemein Kapitel 13.

1) Die „Helligkeit" einer Farbe wird durch die Kennzahlen bekanntlich nicht angegeben; es ist dies auch ganz unnötig.

2) Beiträge zur Farbenlehre. Abh. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss., Math.-phys. Klasse 34, 3, 17, (379), 1917.

reichen Versuchen, die ich zum Teil bei ziemlich schwachem Licht ausführen mußte, etwas davon gemerkt.

2. Prüfung des Farbkörpers.

Mittels sieben bereits in früheren Mitteilungen besprochener Ostwald-Filter habe ich eine Prüfung meines Exemplars des „Farbkörpers" unternommen. Wie zu erwarten, fiel die Farbe sehr zufriedenstellend aus.

Der Anblick einer solchen Tafel, an sich schon ästhetisch reizvoll, durch ein Filter ist überraschend. Zum Verständnis muß wohl aber vorausgeschickt werden, wie eine solche Tafel aussieht. Auf etwas gelblichem Papier (Farbton etwa 3, Reinheit wenige Prozent) ist ein schwarzer Rhombus, in den 64 kleinere Rhomben geklebt sind. An den äußersten Ecken rechts und links sind je zwei Gegenfarben mit den Kennzeichen *pa*, in der Mitte senkrecht von oben nach unten, als Achse des Farbkörpers gedacht, von dem die 12 Tafeln des Werkes „Querschnitte" sind, ist die Grauleiter, oben weiß *aa*, unten schwarz *pp*. Von Weiß bis zur „Vollfarbe" laufen nach beiden Seiten die Buchstaben *a c e g i l n p*, ebenso nach unten von der Vollfarbe zum Schwarz, so daß jedem der Rechtecke zwei Buchstaben, eben die Kennzeichen, zugeordnet sind; ihre Umwertung in Prozente *w* und *s* ist in der „Physikalischen Farbenlehre", S. 233 gegeben. Jedem Buchstaben entspricht ein Intervall, z. B. *ca* 63—79 Proz. Weiß und 0—37 Proz. Schwarz. „Kalte" Farben haben bei gleichen Kennzeichen einen um ein Drittel höheren Schwarzgehalt als „warme" (vgl. oben). Parallel den Rhombusseiten verlaufen die „Schwarz"- bzw. „Weißgleichen", parallel zur Achse die „Schattengleichen" ($r + w = \text{const.}$, *s* nach unten wachsend). Dies gilt für die Betrachtung mit bloßem Auge. Bei Vorschaltung eines „passenden" Filters, d. h. eines solchen, das für die eine Farbe als Paß-, für die andre als Sperrfilter fungiert, hat man einen ganz andern Anblick. Hier werden die Schwarz- bzw. Weißgleichen zu Helligkeitsgleichen, und es ist ein interessanter Anblick, zu sehen, wie z. B. beim Blick durch ein blaues Filter das dem bloßen Auge so hell erscheinende Gelb oo *pa* (*bpa*) ebenso schwarz erscheint wie das *pp*, die unterste Stufe der Grauleiter, alle *bpx*, $x = a \ldots p$, erscheinen gleich schwarz, alle *oxa*, $x = a \ldots p$, gleich hell: die Helligkeit nimmt von links oben nach rechts unten in gleichen Intervallen (fürs Auge! nach dem Fechner-Gesetz; die tatsächliche Teilung ist logarithmisch) ab. (Die Buchstaben *b* und *o* an 1. Stelle des Kennzeichens sind den Nummern oo und 50 äquivalent, $c = 04$, $d = 08$, $e = 13$ usf.). Ganz konstant ist die Helligkeit auf den Parallelen freilich nicht; sie nimmt i. a. vom Weiß *aa* nach unten hin etwas ab, vgl. das Beispiel unten. — Nichtpassende Filter gewähren wesentlich den Eindruck wie die Betrachtung mit bloßem Auge. — Auf die Erscheinungen bei binokularer Betrachtung mit zwei recht verschiedenfarbigen Filtern will ich hier nicht näher eingehen: meine Augen sind zu solchen Versuchen wenig geeignet, da ich etwa 10 Jahre lang fast nur mit dem rechten Auge sah.

Als Beispiel der Prüfung will ich die Ergebnisse bei Tafel I, enthaltend die Gegenfarben oo (*b*) rechts und 50 (*o*) links, anführen. Statt der „Taschengrauleiter" (*a c e g i l n p r t*) benutzte ich mir von Herrn Geheimrat Ostwald selbst zugesandte Plättchen *A* bis *Z*, deren Weißgehalt auf S. 60 der zitierten Arbeit in den Abh. d. Sächs. Ges. d. Wiss. angegeben ist.

Filter 1: (Nahezu) gleich hell sind die von links oben nach rechts unten verlaufenden Parallelen; genauer, wenn $<$ die eben angegebene Richtung bezeichnet:

Parallele	Buchstaben der „großen" Grauleiter	Weißgehalt *w* in Prozent
aa	$A < B$	100 ... 85
cc	$C < D$	72 ... 61
ee	$G < H$	38 ... 32
gg	$I < K$	27 ... 23
ii	$L < N$	20 ... 14
ll	$O < P$	12 ... 10
nn	$R < S$	7 ... 6
pp	V	4

Filter 2 (und 3): Starke Aufhellung auch bei 50 bis *ig* hin, offenbar weil 50 noch etwas rötlich ist. *bnc* ist deutlich dunkler als seine Nachbarn der *c*-Reihe: *bic* und *bpc*.

Filter 4 (und 4b): Die Helligkeitsgleichen verlaufen von rechts oben nach links unten.

aa	$A < D$	100 ... 61
cc	$E < F$	52 ... 44
ee	$H < I$	32 ... 27
gg	K	23
ii	L	20
ll	M	17
nn	O	12
pp	R	7

Bemerkung. 1. Die „hellklaren" Farben *bxa* erscheinen deutlich grünlich. 2. *nn* und *pp* in Filter 4b einige Prozent dunkler.

Filter 5: Die Dunkelheit nimmt, wie bei Betrachtung mit bloßem Auge nach unten zu, nach links nur wenig. — *bpc* erscheint auffällig hell.

Filter 6: Fast genau dasselbe wie Filter 1.

„Nichtpassende" Filter sind hiernach 2, 3 und 5.

Ostwald will die 680 Farben des Farbkörpers als „Normen" ansehen. Mir persönlich scheinen die Unterschiede benachbarter Normalfarben des Farbkörpers dazu etwas zu groß. Gleicher Ansicht war einer meiner Privatschüler (W. Hulverscheidt), der als Sohn eines Aachener Großtuch-Fabrikanten wohl als für die Praxis einigermaßen kompetenter Beurteiler gelten dürfte.

3. Vergleichbarkeit der Farbenprüfungen.

Um die Vergleichbarkeit der Farbenprüfungen nach Ostwalds Methode zu prüfen, habe ich eine Anzahl von Personen aus meinem Bekanntenkreise, sowohl männlichen wie weiblichen Geschlechts, denen dies Gebiet völlig fremd war, Vergleichsmessungen mit den meinigen anstellen lassen. Sie fielen durchweg überraschend günstig aus, sowohl bezüglich des Farbtons wie des Graugehalts. Bei der „kleinen" Grauleiter stimmten ihre Schätzungen mit meinen ausnahmslos überein, bei der „großen" *A-B-C*-Leiter traten selten Differenzen um 1 Buchstaben auf. Auch Vergleichungen vorgelegter Farben mit denen des Farbkörpers verliefen befriedigend; die Abweichungen betrugen nur höchstens einen Nachbarrhombus, und zwar meist auf derselben „Schwarzgleichen". Auch dies ist interessant und bestätigt durchaus Ostwalds Ansicht, daß uns die „dunkelklaren" (und dazu parallelen) Reihen viel geläufiger sind als die hellklaren. Auch Kohlrauschs Messungen stehen ja mit Ostwalds in gutem Einklang. Größere Differenzen zeigten sich nur bei geringem Schwarzgehalt, was dem eben Gesagten durchaus entspricht.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß Ostwald — mit Recht — das Farbenproblem als ein psychologisches auffaßt. Selbst wenn also Kohlrausch recht hätte, daß Ostwald physikalisch nichts Neues gebracht hätte, so muß jeder unbefangene Beurteiler meines Erachtens zugeben, daß der Hauptwert der Ostwaldschen Farbenlehre auf psychologischem Gebiet liegt, wie es auch den Intentionen des Autors entspricht.

Potsdam, 25. Januar 1921.

(Eingegangen 11. Februar 1921.)

Über die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome.

Bemerkungen an den Herrn Adolph Smekal.

Von L. Vegard.

In dem Oktober-Heft dieser Zeitschrift hat Herr Adolph Smekal[1]) meine Theorie der Röntgenspektren behandelt.

In seiner recht polemisch angelegten Kritik meiner Röntgenstrahlentheorie hat er mir, um eine Basis für seinen Aufsatz zu schaffen, Ansichten zugeschrieben, welche ich nicht akzeptieren kann. Ich finde es deshalb notwendig, meinen Standpunkt zu gewissen von Herrn Adolph Smekal berührten Fragen festzulegen. Herr Smekal schreibt, als ob ich die Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Frequenzen übersehen, oder mich mit dem jetzigen Stand der Theorie begnügt hätte. Dazu muß ich bemerken, daß diese Abweichungen in meinen Tafeln und Figuren ganz deutlich zum Vorschein kommen, und ich habe mehrmals in meinen Arbeiten betont[2]), daß die in den Frequenzformeln eingehenden Energiefunktionen korrigiert werden müssen, und daß deshalb die Theorie nur eine approximative Gültigkeit beanspruchen kann.

Gerade deshalb habe ich auch in der recht genauen zahlenmäßigen Übereinstimmung der Kroosschen Formel keinen Grund für die Richtigkeit dieser Formel erblicken können.

Ich habe gezeigt, daß es für eine Linie möglich ist, durch passende Wahl der Elektronenzahl des äußeren Rings (Anfangsring der Rekombination) den Unterschied zwischen theoretischen und beobachteten Werten bis auf ein Minimum herabzusetzen[3]). Da aber die Änderungen der Frequenzen mit der Elektronenzahl im äußeren Ring von derselben Größenordnung wie die möglichen Fehler sind, ist eine in der Weise vorgenommene Bestimmung der Elektronenzahl ganz sinnlos.

Für Substanzen wie Natrium und Magnesium ist ja die Kroosche Annahme von einem zweiten Ring von neun Elektronen zusammen mit einem *K*-Ring von drei Elektronen eine Unmöglichkeit, während mein *L*-System von sieben Elektronen mit den Atomzahlen und dem periodischen Charakter der Elemente gut einpaßt.

Wenn man aber den von mir vorgeschlagenen Weg folgt, bekommt man erst eine wirkliche Theorie der Röntgenspektren, welche uns gestattet das ganze Röntgenstrahlenbereich von Emissions- und Absorptionsspektren unter

1) Adolf Smekal, diese Zeitschr. **21**, 505, 1920.
2) Vgl. L. Vegard, diese Zeitschr. **20**, 102, 1919.
3) Vgl. z. B. Phil. Mag. **37**, 245 u. 274, 1919.

$$\left(\frac{\nu}{R}\right)_i^k = V(n_i, p_i, q_i) - V(n_i, p_i, q_i - 1) + \sum_{l=i+1}^{l=k-1} [V(n_l, p_l, q_l)] - V(n_l, p_l - 1, q_l)] + \\ + V(n_k, p_k, q_k - 1) - V(n_k, p_k - 1, q_k), \qquad \text{I.}$$

$$\left(\frac{\nu}{R}\right)_i^k = V(n_i, p_i, q_i) - V(n_i, p_i, q_i - 1) + \sum_{l=i+1}^{l=k-1} [V(n_l, p_l, q_l) - V(n_l, p_l - 1, q_l)] + \\ - V(\tau, p_k - 1, 1), \qquad \text{II.}$$

$$\frac{\nu_A}{R} = V(n_i, p_i, q_i) - V(n_i, p_i, q_i - 1) + \sum_{l=i+1}^{l=m} [V(n_l, p_l, q_l) - V(n_l, p_l - 1, q_l)]. \qquad \text{III.}$$

einem einheitlichen Gesichtspunkte zu sehen, welcher sich auf bestimmten Vorstellungen über die Atomkonstitution gründet. Die wesentlichsten Züge meiner Theorie sind in den folgenden Gleichungen gegeben. Den beiden ersten Gleichungen entsprechen die Emission durch die Rekombination bzw. von Primär- und Sekundärkreisen, die dritte Gleichung die Absorption. Zu diesen Gleichungen kommt noch die Annahme, daß die Elektronensysteme des normalen Atoms in mehreren Zuständen existieren können.

Im allgemeinen werden für nichtkreisförmige Systeme die V-Funktionen durch mehrere Quantzahlen bestimmt (vgl. diese Zeitschr. **21**, 6, 1920).

Selbst wenn man die simplest mögliche Annahme über die Konstitution der verschiedenen Elektronensysteme macht, indem wir die Elektronen auf Kreisen und „Ellipsensysteme" verschiedener Quantzahlen angeordnet denken, werden die oben stehenden Gleichungen imstande sein die Röntgenspektren mit einer ganz erstaunenden Genauigkeit darzustellen, und ich meine auch jetzt, daß diese Übereinstimmung so weit geht, und sich in typischer Weise über einen so großen Bereich erstreckt, daß es sich ganz sicher durch die spätere Entwicklung zeigen wird, daß meine Theorie der Röntgenspektren in wesentlichen Punkten der Wirklichkeit entspricht. Wie aus meiner Arbeit klar hervorgeht, ist die Theorie aber als eine erste Approximation zu betrachten, und sie muß in irgendeiner Weise vervollständigt und korrigiert werden.

Das Problem, mit dem man hier zu tun hat, habe ich in einer Abhandlung in dieser Zeitschrift erörtert[1]). Man muß durch die Emissions- oder Absorptionsprozesse das Atom mit seinen Elektronen als etwas Ganzes betrachten. Die Emission z. B. entsteht, wenn das Atom durch irgendeinen Rekombinationsprozeß von einem Zustand zu einem anderen übergeht. Die hierdurch im ganzen frei werdende Energie wird nach dem Bohrschen Frequenzgesetz in einem Quantum ausgestrahlt, oder

$$\frac{\nu}{R} = V_T' - V_T.$$

Es handelt sich also darum, die Energiefunktionen V_T' und V_T zu berechnen. Wie ich in meiner obenerwähnten Arbeit betont habe, müßte man bei dieser Berechnung sämtliche Elektronensysteme im Atom berücksichtigen. Es wäre dann zunächst anzunehmen, daß in den meisten Fällen von Emissionsprozessen nur das überspringende Elektron seine Quantzahlen ändert. Die Änderung der anderen Systeme dagegen wäre unter Aufrechterhaltung derjenigen von dem Emissionsprozeß geltenden Quantbedingungen zu berechnen. Wenn man die von mir aufgestellte Hypothese der veränderlichen Quantzahlen den normalen Elektronenzahlen zugrunde legt, ist wegen der dadurch hervorgebrachten Trennung der Systeme zu erwarten, daß nur die Elektronensysteme in dem „Rekombinationsbereich" die größeren Beiträge zu dem ausgestrahlten Energiequantum geben, und die angegebenen Formeln berücksichtigen nur die Energieänderungen des Rekombinationsbereiches. Aber selbst mit dieser Beschränkung ist die Aufgabe sehr schwer. Denn erstens müssen die Elektronensysteme dynamisch festgelegt werden, zweitens muß man die gegenseitigen Einflüsse der einzelnen Systeme genau in Rechnung bringen. Auf Grund der Ring-Vorstellung hat Herr Smekal Rechnungen über einige der möglichen gegenseitigen Einflüsse ausgeführt, und es zeigte sich, daß die so hinzukommenden Korrektionen die Unterschiede zwischen beobachteten und berechneten Werten der Frequenzen nicht erklären können. Deshalb wird er meine Theorie der Röntgenspektren verwerfen. Er hat aber nur gezeigt, daß es ihm nicht gelungen ist, die Korrektionen zu berechnen. Die Erklärung der vorhandenen

1) L. Vegard, diese Zeitschr. **21**, 6, 1920.

Unterschiede ist also noch eine offene Frage, deren Aufklärung wohl in einer Änderung der dynamischen Spezifikation der Elektronensysteme zu suchen ist.

Für solche möglichen Änderungen der dynamischen Spezifikation der Elektronensysteme sind viele Möglichkeiten denkbar. Erstens ist es möglich, daß das Coulombsche Kraftgesetz für Elektronen und Atomkern nicht genau gültig ist. Zweitens wäre von vielen Gesichtspunkten aus die Annahme eines dreidimensionalen kinematischen Bildes für die Elektronenbahnen eines Systems an sich die natürliche.

Der von Landé gemachte Vorschlag einer räumlichen Anordnung der Elektronen hat aber bis jetzt wenig Erfolg gehabt.

In ihren dynamischen Gebilden ist die Stabilität von dem Vorhandensein einer ganz bestimmten Anzahl von Elektronen im System bedingt, und mit derartigen Gebilden wird man nicht eine Theorie der Rönsgenspektren aufbauen können, ohne daß man unsere jetzigen Vorstellungen über die Entstehung der Emissionslinien und Absorptionskanten fundamental ändert.

Werden wir die Bohrsche Grundvorstellung aufrechterhalten, müssen wir annehmen, daß vor der Emission ein Elektron von einem Elektronensystem weggeworfen werden muß, und die zurückbleibenden Elektronen müssen bei Aufrechterhaltung ihrer Quantbedingungen wieder bei einer recht einfachen räumlichen Umlagerung ein neues Gleichgewichtssystem bilden können. Dieser Bedingung genügen die Landéschen Raumsysteme nicht. Wenn vom Landéschen Gebilde ein Elektron entfernt wird, muß das ganze Gebilde zusammenstürzen. Wenn dagegen die Elektronen sich so bewegen, daß sie in jedem Augenblick auf der Peripherie eines Kreises liegen (Kreise und ebene „Ellipsensysteme"), werden die zurückbleibenden Elektronen bei einer recht einfachen Neuorientierung in eine neue Gleichgewichtslage kommen können[1]).

Es wäre auch denkbar, daß die gegenseitige Koppelung der Elektronen innerhalb jeden Systems sehr gering ist, und daß das Gleichgewicht von ganz bestimmten gegenseitigen geometrischen Lagen der Elektronen unabhängig sei. Die Elektronen innerhalb jeden Systems müßten dann ganz unregelmäßige gequantelte Bahnen beschreiben, und die „Momentaufnahmen" der Elektronen würden sich von Zeit zu Zeit anscheinend ganz regellos verändern.

1) Es darf auch bemerkt werden, daß die Kreissysteme die „Relativitätseffekte" und die dadurch bedingte Form der (ν—N)-Kurve sehr gut wiedergeben, und zwar in dem ganzen Spektralbereich. Die Kreissysteme geben mit anderen Worten angenähert richtige Geschwindigkeiten.

Auch unter Aufrechterhalten der Ringvorstellung lassen sich verschiedene Möglichkeiten denken.

Die Ringe brauchen wie bekannt nicht koplanar zu sein. Die Ebenen der verschiedenen Ringe können bekanntlich gewisse Winkel miteinander bilden. Eine andere Möglichkeit wäre die, daß die Elektronen eines Systems in jedem Augenblick regelmäßig auf der Peripherie eines Kreises verteilt sind, daß aber die Ringsysteme Bewegungen ausführen. Solche Bewegungen habe ich schon in Verbindung mit „Ellipsensystemen" beschrieben. Wir können aber auch annehmen, daß die Kreise- und Ellipsensysteme um Achsen, welche mit der geometrischen Drehungsachse des Gebildes nicht zusammenfallen, Rotationen ausführen. Diese Rotationen wären dann auch quantenhaft zu fixieren. Ein solches Gebilde von Kreissystemen müßte in bezug auf äußere durchschnittliche Wirkungen ähnliche Eigenschaften wie ein System mit „Raumverteilung" besitzen.

Es scheint mir deshalb, daß Herr Smekal in seinem Aufsatz die Beweiskraft der Born-Landéschen Arbeiten sehr überschätzt hat; denn erstens ist die Grundlage, auf welcher die Herren Born und Landé ihre Berechnung der Zusammenhangskräfte der Atome im festen Zustand berechnen, äußerst zweifelhaft. Anderseits hat er nicht die Möglichkeit bewegter Kreissysteme berücksichtigt.

Wie auch die von mir aufgebaute Theorie der Röntgenspektren zu korrigieren ist, ist sie jedoch die beste, welche somit bis jetzt vorliegt, und wenn man ihre Leistungsfähigkeit berücksichtigt, kann man wohl nicht daran zweifeln, daß die Voraussetzungen der Theorie in wesentlichen Punkten der Wirklichkeit entspricht, und daß sie einen Schritt auf dem Weg nach Wahrheit bezeichnen. In dieser Verbindung darf ich erwähnen, daß auch Sommerfeld, Kroo u. a. die Grundideen der Theorie aufgenommen haben.

Ob die Ringvorstellung aufgegeben werden muß oder nicht, ist eine Sache der weiteren Forschungen. Ich habe auch während meiner ganzen Arbeit in diesem Gebiet mit der Möglichkeit gerechnet, daß die Ringvorstellung nicht richtig ist. Deshalb habe ich auch mehrmals absichtlich von Elektronensystemen anstatt von Elektronenringen gesprochen[1]). Die Annahme von koplanaren Kreisen und „Ellipsensystemen" muß zuerst nur ihre Berechtigung darin suchen, daß sie in einfacher Weise die Berechnung von annähernd richtigen Frequenzen gestatten, und daß man die Hauptzüge der Röntgenspektren

1) Siehe z. B. Phil. Mag. **37**, 273 u. 274, 1919 und diese Zeitschr. **21**, 6, 1920.

aus bekannten Vorstellungen über die Atomkonstitution eben zahlenmäßig recht gut herleiten kann. Es wäre aber fern von mir zu behaupten, daß diese Vorstellung von koplanaren Ringsystemen notwendigerweise „der Wirklichkeit entspricht".

Herr Smekal behandelt meine Theorie als ob die Annahme von Kreisbahnen dabei das wesentliche sei. Wäre aber dies der Fall, würde meine Arbeit über die Erklärung der Röntgenspektren gewiß nichts bedeuten, denn die Ringvorstellung teile ich mit den meisten früheren Arbeitern auf dem Gebiet der Atomphysik.

Mit Rücksicht auf die Frage, inwieweit die Wiedervereinigung von Primär- oder Sekundärsystemen stattfindet, darf ich auf meine früheren Überlegungen hinweisen[1]).

Die Smekalschen Korrektionsberechnungen sind für die Erledigung der Frage in keiner Weise maßgebend. Denn seine Berechnungen beruhen auf der Annahme festliegender Ringe, und daß die Sekundärkreise mit den Primärelektronen eine Coulombsche Koppelung besitzen. Wenn man aber mit beweglichen Ringsystemen rechnet, oder wenn man mit einer loseren Koppelung zwischen Sekundär- und Primärelektronen eines Systems rechnet, werden die Smekalschen Korrektionsrechnungen nicht mehr gelten. Die Annahme von Wiedervereinigung von Sekundärbahnen erhält seine Berechtigung aus der Erklärung für die Abweichungen von den Kosselschen Relationen, bis möglicherweise eine bessere und richtigere Erklärung dafür gefunden wird. Die Annahme von sekundären Ausgangsbahnen des rekombinierenden Elektrons ist auch nicht notwendigerweise an die Kreisvorstellungen geknüpft; und die wesentlichen Gründe, welche gegen die Annahme von Wiedervereinigung von Primärkreisen spricht, sind auch von der Kreisvorstellung unabhängig. Damit möchte ich allerdings nicht gesagt haben, daß ein Beweis gegen die Existenz der Rekombination von Primärsystemen geführt ist.

1) Phil. Mag. **37**, 237, 1919.

Christiania, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 23. Februar 1921.)

Rotierende Bezugssysteme in einer Minkowskischen Welt.

Von Friedrich Kottler.

Neuerdings ist die Raumzeitmessung in rotierenden Bezugssystemen in der allgemeinen Relativitätstheorie häufig Gegenstand der Erörterung gewesen[1]). Dies veranlaßt mich, auf meine Untersuchungen über eine Verallgemeinerung der Lorentztransformation für gewisse (nämlich „gleichförmig") beschleunigte Bewegungen zurückzukommen, die ich schon vor der allgemeinen Relativitätstheorie angestellt habe[2]). Zu der von mir studierten Klasse von Bewegungen gehört insbesondere die gleichförmige Rotation, auf welche ich mich im nachfolgenden beschränke.

1. Es sei im Fixsternraum ein gleichförmig rotierendes Bezugssystem gegeben, dessen eigene Masse vernachlässigt werden könne. Dieses System befindet sich daher nach der allgemeinen Relativitätstheorie (wenn man das Sonnensystem sich wegdenkt und von kosmologischen Hypothesen absieht) in einer Minkowskischen Welt, da sich alle Massen in unendlicher Entfernung von ihm befinden. Die Vernachlässigung der eigenen Masse des Systems ist mit demselben Recht oder Unrecht gestattet, mit welchem die Masse des in ein Schwerefeld eingebrachten Probekörpers vernachlässigt wird.

Es seien $XYZT$ Koordinaten, bezogen auf ein relativ zu den Fixsternen ruhendes System. Nach Voraussetzung ist

$$ds^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 - c^2 dT^2$$

die Maßbestimmung der gegebenen Welt. Es handelt sich darum, Koordinaten $x'y'z't'$ zu finden, welche zur Raumzeitmessung im rotierenden System verwendet werden können; insbesondere müssen für jeden mitrotierenden Punkt dieses Systems $x'y'z'$ jeweils feste Werte haben. Die $x'y'z't'$ müssen sich selbstredend als eindeutige Funktionen der $XYZT$ und umgekehrt darstellen. Die allgemeine Relativitätstheorie gibt derzeit keine Regel an die Hand, unter den möglichen $x'y'z't'$-Bestimmungen eine auszuzeichnen. Sie betrachtet alle und auch die $XYZT$ als gleichberechtigt und verlangt nur, daß die zugehörigen Maßbestimmungen ein gleich großes ds^2 ergeben. Da es uns aber offenbar auf die einfachste Bestimmung von $x'y'z't'$ ankommt, müssen wir trachten, eine solche Wahl zu treffen, daß sich insbesondere das ds^2 in den neuen Koordinaten möglichst einfach darstellt.

2. Die naheliegendste Bestimmung einer

1) A. Einstein, Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie. Ann. d. Phys. **49**, § 3, 1916 und seither bei vielen Autoren.

2) F. Kottler, Über die Raumzeitlinien der Minkowskischen Welt. Wiener Ber. IIa 1912. — Relativitätsprinzip und beschleunigte Bewegung. Ann. d. Phys. **44**, 1914. — Vgl. auch: Über die physikalischen Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie. Ann. d. Phys. **56**, 1918, VIII.

Raumzeitmessung im rotierenden System scheint nun die zu sein, die Ehrenfest[1]) vor längerer Zeit gewählt hat. Man denke sich im rotierenden System ein Kontinuum von Beobachtern verteilt und jeden mit gewissen Maßstäben und einer gewissen Uhr versehen, die jedoch nur für seine unmittelbare infinitesimale räumliche Umgebung Geltung haben sollen. Diese Maßstäbe und diese Uhr sollen so vorausgesetzt werden, wie sie auf Grund der gewöhnlichen Lorentztransformation ein gleichförmig bewegter Beobachter besitzen würde, der dieselbe Geschwindigkeit nach Richtung und Größe besitzt, wie der betreffende rotierende Beobachter in der gerade betrachteten Lage, und für den betrachteten Zeitmoment T mit diesem koinzidiert; d. h. also, Maßstäbe und Uhr hängen wenigstens im Zustand stationärer, d. h. gleichförmiger Beschleunigung nur von der Geschwindigkeit und nicht auch von der Beschleunigung ab. Wir wollen diese im rotierenden System überall verteilten lokalen Maßstäbe und Uhren die natürlichen lokalen Maßstäbe und Uhren nennen.

Die natürlichen Maßstäbe zeigen vom ruhenden System aus infolgedessen in gewissen Lagen eine von Ort zu Ort wechselnde Lorentzkontraktion, ebenso die natürlichen Uhren eine entsprechende Dilatation. Mittels dieser natürlichen Maßstäbe und Uhren mißt man die lokalen „Eigenlängen" und „Eigenzeiten". (Einstein verwendet das Wort „natürlich" in etwas weiterem Sinn.) Zu gewinnen sind diese Maßstäbe nach der gemachten Voraussetzung wie in einem ruhenden System durch optische Mittel in bekannter Weise: Übertragung einer bestimmten Lichtwellenlänge auf einen Maßstab nach Michelson und Zurückführung der Zeitmessung auf die Lichtgeschwindigkeit etwa durch die Methode des rotierenden Spiegels.

3. Bevor wir auf die Diskussion der Frage eingehen, ob auf Grund der so gewählten Raummessung und Zeitmessung eine einheitliche Raumzeitmessung aufgebaut werden kann, mögen hier zwei historische Bemerkungen Platz finden. Sie betreffen das sogenannte Ehrenfestsche Paradoxon und etwas, was ich das Einsteinsche Paradoxon nennen werde.

Ehrenfest schließt bekanntlich l. c. so: Wie die Maßstäbe, müssen auch die Längen des rotierenden Systems vom ruhenden System aus gesehen je nach Umständen eine Verkürzung erfahren. Vergleicht man daher im ruhenden System die Peripherie eines Kreiszylinders mit seinem Durchmesser im Zustand der Ruhe und dann im Zustand der gleichförmigen Rotation um die Zylinderachse, so findet man das erstemal die Peripherie gleich dem π-fachen des Durchmessers, das zweitemal kleiner als das π-fache. Da dies im ruhenden System ein Widerspruch gegen die Geometrie wäre, muß man mit Planck[1]) annehmen, daß sich der Zylinder deformiert, sobald er in Rotation versetzt wird, derart daß die Elemente eines Durchmessers vor der Rotation nicht mehr die Elemente eines Durchmessers während der Rotation bilden. Dies hat man sich für das folgende Einsteinsche Paradoxon über eine rotierende Kreisscheibe vor Augen zu halten, um nicht in die Versuchung zu geraten, von der ruhenden Kreisscheibe auf die rotierende zu schließen.

Das genannte Einsteinsche Paradoxon[2]) ist nun das folgende: Man denke sich eine ebene Kreisscheibe schon im Zustande der gleichförmigen Rotation. Periphere Längen erscheinen im ruhenden System verkürzt, radiale unverkürzt. Mißt daher der rotierende Beobachter die Peripherie bzw. den Durchmesser der Scheibe, so muß er die Peripherie größer als das π-fache des Durchmessers finden. Das Paradoxon löst sich dadurch, daß die Geometrie des rotierenden Beobachters nicht mehr die euklidische zu sein braucht.

4. Ich werde nun zeigen, daß auf Grund der angegebenen natürlichen Raum- bzw. Zeitmessung eine einheitliche Raumzeitmessung nicht aufgebaut werden kann.

Das erste, was der rotierende Beobachter zu diesem Behuf zu tun hätte, wäre die räumliche Vermessung seines Systems.

Die erste Schwierigkeit hierbei ist die, ob er sich seiner eigenen Maßstäbe bedienen darf. Dazu muß vorausgesetzt werden, daß diese Maßstäbe an einen anderen Ort gebracht, mit den dortigen lokalen Maßstäben übereinstimmen. Das ist keineswegs sicher, da bei diesem Transport die Maßstäbe beschleunigt werden müssen, indem sie z. B. von kleinerer zu größerer Rotationsgeschwindigkeit oder umgekehrt übergehen. Unsere Voraussetzung der Unabhängigkeit der Längen von der stationären Beschleunigung trifft hier nicht zu, da die hier vorzunehmende Beschleunigung eine nicht stationäre ist. Wir umgehen diese Schwierigkeit, indem wir vorschreiben, daß sich der Beobachter jeweils der lokalen Maßstäbe zu bedienen hat.

Die zweite Schwierigkeit ist die folgende: Gesetzt, der Beobachter wolle die Entfernung

1) P. Ehrenfest, Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie. Diese Zeitschr. **10**, 918, 1909.

1) M. Planck, Gleichförmige Rotation und Lorentzkontraktion, diese Zeitschr. **11**, 294, 1910.

2) A. Einstein, l. c.

von einem Punkte A nach einem Punkte B vermessen; wie findet er die Richtung AB? Diese Richtung ist mathematisch definiert durch die gerade Linie und diese wieder als kürzeste Verbindungslinie AB. Es ist aber klar, daß auf diese mathematische Definition eine physikalische Messung nicht gegründet werden kann. Man müßte sonst unendlich viele Versuche vornehmen, um herauszubekommen, welches die kürzeste Verbindung ist. Die physikalische Definition der geraden Linie bei allen geodätischen und astronomischen Messungen ist vielmehr die Bahn der Lichtstrahlen. Wendet der rotierende Beobachter diese Definition an, so hat er ersichtlich eine falsche Richtung von A nach B, denn das Licht läuft im rotierenden System krummlinig von A nach B. Es erleidet nämlich auf Grund vielfacher Aberrationen der „Lichtstrahl" AB in B eine Winkeldrehung gegenüber seiner Ausgangsrichtung in A, welche in erster Näherung gleich der Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Systems mal der Lichtzeit für die Strecke AB ist. Ferner ist der Lichtstrahl AB nicht identisch mit dem Lichtstrahl BA. Die Definition der geraden Linie mit Hilfe des Lichts ist also unbrauchbar im rotierenden System.

Praktisch steht freilich die Sache meistens so: Da die gewöhnlichen Winkelgeschwindigkeiten sehr klein sind, kann der Effekt der Lichtkrümmung in erster Näherung vernachlässigt werden. Der rotierende Beobachter erhält so eine erste Näherung der räumlichen Vermessung. Später, mit zunehmender Genauigkeit seiner Messungen, wird er daran Verbesserungen anbringen müssen, sobald er erfahren hat, daß das Licht krummlinig läuft. Auf Grund dieser Verbesserungen wird er wieder die genaue Bahn der Lichtstrahlen zu bestimmen haben usw., d. h. er bekommt, was man in der Mathematik eine Kette sukzessiver Approximationen nennt. Als Endglied dieser Kette steht dann die richtige räumliche Vermessung. Wir können den Beobachter diesen Weg für unsere prinzipielle Betrachtung nicht gehen lassen, erstens, weil er auf unendlich viele Versuche führt, zweitens, weil er bei beliebig großer Winkelgeschwindigkeit nicht zulässig wäre. Es bleibt nichts übrig, als dem Beobachter die Richtung von A nach B künstlich vorzugeben. Das ist aber die erste Durchbrechung des Prinzips der natürlichen Messung. Nur so läßt sich die natürliche Raummessung durchführen.

5. Wir wenden uns nun zur natürlichen Messung der Zeit.

Vergleicht man irgend zwei natürliche lokale Uhren im ruhenden System, so zeigen sie im allgemeinen verschiedene Ganggeschwindigkeit. Die weiter von der Rotationsachse weg befindlichen gehen langsamer als die näheren (Einstein). Man könnte gleichwohl die natürlichen lokalen Uhren zur Zeitmessung verwenden, wenn man sie künstlich auf gleiche Ganggeschwindigkeit einregulieren würde. Das ist die zweite Durchbrechung des Prinzips der natürlichen Messung.

Aber das genügt noch nicht. Man muß sie auch alle einmal synchron stellen können. Und das ist unmöglich, wie man auf folgendem Wege einsieht: Wenn es möglich wäre, so müßten alle Punkte des rotierenden Systems einmal „gleichzeitig" ruhen. Es gibt aber nach Minkowskischen Prinzipien keinerlei Zeitmessung, bei der dies möglich wäre. Der exakte Beweis hierfür folgt in Nr. 7. Angenähert läßt sich diese Unmöglichkeit auch aus Newton-Galileischen Prinzipien begreifen. In der Newton-Galileischen Mechanik besitzen alle Punkte eines beliebig translatorisch bewegten starren Körpers „gleichzeitig" die gleiche Geschwindigkeit, niemals aber alle Punkte eines rotierenden Körpers. Analog ist es in der Minkowskischen Mechanik unmöglich, alle Punkte eines rotierenden Systems „gleichzeitig" auf „Ruhe" zu transformieren.

Daran scheitert mithin die natürliche Zeitmessung im rotierenden System. Es bleibt nichts übrig, als sie ganz aufzugeben und eine künstliche Zeitmessung einzuführen.

6. Damit ist aber auch schon klar, daß eine einheitliche Raumzeitmessung auf Grund der natürlichen Raum- bzw. Zeitmessung unmöglich ist, da die letztere hierbei versagt. Es fragt sich also höchstens noch, ob wir die natürliche Raummessung mit irgendeiner künstlichen Zeitmessung paaren können, um zu einer einheitlichen Raumzeitmessung zu gelangen. Dies ist aber unmöglich, wie man folgendermaßen sieht:

Bei der Raumvermessung im rotierenden System war die Zeit gleichgültig, da es sich um Längen handelte, die im rotierenden System ruhen. Die Messung solcher relativ ruhender Längen von Strecken muß nicht in allen Punkten der Strecke synchron vorgenommen werden. Anders ist es bei der Raumzeitmessung, da es sich hier um raumzeitlich veränderliche Vorgänge handelt. Die zugehörigen räumlichen Längen müssen durchaus synchron genommen werden. Dann können sie aber niemals mit den natürlichen Längen übereinstimmen, denn sonst wäre ja eine Synchronisierung auf Grund der natürlichen Zeitmessung möglich.

Hieraus folgt: Die natürliche Raum- und Zeitmessung ist unverwendbar für eine einheitliche Raumzeitmessung im rotierenden System.

7. Es sei hier noch gestattet, den mathematischen Grund dieser Unverwendbarkeit anzugeben:

In der Minkowskischen geometrischen Darstellung wird die gleichförmige Rotation repräsentiert durch ein Bündel von Weltlinien, welche koaxiale gemeine Schraubenlinien gleicher Ganghöhe sind (vierte Koordinate imaginär!). Die natürlichen Maßstäbe bzw. Zeiten sind die Längen, genommen in bzw. normal zu dem Raum, welcher in einem bestimmten Weltpunkte normal zur Tangente der durchgehenden Weltlinie gelegt ist. Jedoch ist von diesem Raum bzw. der zu ihm normalen Richtung (Eigenzeitachse) nur ein infinitesimales Stück in Betracht zu ziehen. Für einen benachbarten Weltpunkt tritt ein infinitesimales Stück von einem anderen Raum in Geltung usw. Wenn man nun diese infinitesimalen räumlichen Maßstäbe aneinanderreiht, so bekommt man das, was wir die natürlichen räumlichen Längen genannt haben. Betrachtet man z. B. einen materiellen Punkt A des rotierenden Systems, so entspricht ihm eine Weltlinie A; ebenso den Punkten B bzw. C die Weltlinien B bzw. C. Der natürlich gemessenen Länge AB entspricht dann in der Minkowskischen Darstellung eine ebenso lange gerade Strecke, welche die Weltlinien A und B orthogonal durchsetzt, ebenso der Länge AC eine ebensolche Strecke, welche die Weltlinien A und C orthogonal durchsetzt. Zieht man von A aus zu irgendeiner Zeit alle möglichen Strecken AB, AC..., so erfüllen sie offensichtlich einen „ebenen" Raum, der die Weltlinie A normal schneidet. Aber z. B. die Strecke BC liegt schon im allgemeinen nicht mehr in diesem Raum. Allgemein zu reden, erfüllen die natürlich gemessenen räumlichen Längen keine dreidimensionale räumliche Mannigfaltigkeit, keinen „ebenen" oder „krummen" Raum, wie sie es doch sollten, wenn sie alle „gleichzeitig" wären. Denn eine solche Mannigfaltigkeit müßte überall von den Weltlinien orthogonal durchsetzt werden; es gibt aber keine dreidimensionalen Mannigfaltigkeiten, die zu Orthogonaltrajektorien das Bündel koaxialer Schraubenlinien besäßen.

8. Nachdem wir uns überzeugt haben, daß mit Hilfe der natürlichen Maßstäbe und Uhren eine einheitliche Raumzeitmessung im rotierenden System nicht zu gewinnen ist, müssen wir uns um eine künstliche Gewinnung einer solchen Raumzeitmessung umsehen. Wir werden also irgendwie Maßstäbe und Uhren über das rotierende System verteilen, die nicht mehr mit den natürlichen übereinstimmen müssen. Sie werden also vom ruhenden System aus gesehen nicht mehr die bloße Lorentzkontraktion bzw. Dilatation aufweisen, sondern kürzer oder länger sein als die natürlichen Maßstäbe und Uhren. Aber immer müssen sie so gewählt sein, daß sie zusammen eine einheitliche Raumzeitmessung im rotierenden System ermöglichen. Das ist nun eine vieldeutige Aufgabe; denn angenommen, man hätte eine solche Raumzeitmessung $x'y'z't'$ angegeben, so kann man durch beliebige Transformationen der $x'y'z'$ offenbar immer eine andere gleichmögliche Raummessung $x''y''z''$ herleiten usw. Wir haben schon vorhin bemerkt, daß wir gegenüber dieser Vieldeutigkeit keine andere Auswahlregel haben als die größtmögliche Einfachheit. Dabei nehmen wir an, daß die unendlich vielen Versuche, auf welche der rotierende Beobachter angewiesen ist, wenn er mit Hilfe der natürlichen Messungen allein vorwärts kommen wollte, ihn mit größter Wahrscheinlichkeit auch auf die von uns als einfachst bezeichnete Maßbestimmung als Endresultat bringen werden. Das einzige, was wir dann mit der Einführung der künstlichen Maßbestimmung erzielen, ist also nach dieser Wahrscheinlichkeitsannahme eine Abkürzung des Verfahrens zu ihrer Gewinnung.

9. Eine solche künstliche Raumzeitmessung liegt nun außerordentlich nahe. Es ist unmöglich, die natürlichen lokalen Uhren synchron zu halten. Dann liegt es nahe, eine Uhr, etwa die Uhr der Station A, auszuzeichnen und ihre Ganggeschwindigkeit den anderen Stationen durch künstliche Mittel aufzuzwingen. Es ist klar, daß hierdurch eine Gleichzeitigkeit im rotierenden System ermöglicht ist. Es liegt nun weiter sehr nahe, zu dieser ausgezeichneten Lokalzeit von A die Lokalmaßstäbe von A hinzuzunehmen, in der Hoffnung, daß sich hierdurch eine einheitliche Raumzeitmessung im rotierenden System gewinnen lassen wird. Man hat also solche künstliche lokale Uhren bzw. Maßstäbe über das rotierende System zu verteilen, welche der Rotationsgeschwindigkeit von A und nicht der Rotationsgeschwindigkeit der jeweiligen lokalen Station angepaßt sind. (Die praktische Durchführung der Einführung solcher Maßstäbe und Uhren könnte nur mit Hilfe eines ruhenden Beobachters gelingen. Es wird sich aber weiter unten zeigen daß es auf die praktische Verteilung dieser Maßstäbe und Uhren gar nicht ankommt, sondern, daß es sich hierbei um eine der Auffassung des Naturgeschehens zugrundegelegte Ansicht handelt.) Diese Maßstäbe erscheinen z. B. vom ruhenden System aus in ein und derselben Richtung immer gleich lang, wo sie sich auch befinden. Man sieht also sofort, daß die Raummessung im rotierenden System mit ihrer Hilfe eine euklidische wird. Diese genügt daher der Forderung der

größtmöglichen Einfachheit der gesuchten Raumzeitmessung.

Es ist nur noch eine Frage zu erledigen: Bleiben die so in A bestimmten Koordinaten $x'y'z'$ irgendeiner Station B des rotierenden Systems während der Dauer der Rotation wirklich konstant? Die Antwort lautet: Ja. Es ist dies eine ausgezeichnete Eigenschaft der gleichförmigen Rotation, allgemein zu reden, aller „gleichförmigen" oder stationären Beschleunigungen (und nur solcher Bewegungen, wenn noch eine hier nicht näher zu erörternde Bedingung hinzugefügt wird), wie ich l. c. gezeigt habe.

Freilich wäre noch ein Einwand zu beachten: Wir hatten früher ausdrücklich den Transport der natürlichen Maßstäbe von einem Ort zu einem andern im rotierenden System ausgeschlossen (siehe oben Nr. 4); denn wir wissen nicht, ob ein solcher Maßstab an den andern Ort gebracht, dortselbst die Länge des natürlichen lokalen Maßstabes annehmen wird. Wollen wir das letztere gleichwohl als richtig annehmen, so erhebt sich die Frage, wie dies mit der künstlichen Maßbestimmung zu vereinigen sei, da doch dann der transportierte Maßstab mit dem künstlichen lokalen Maßstab nicht übereinstimmen wird. Es ist auch nicht zu vereinigen! Wir müssen den Transport der Maßstäbe bei unserer Maßbestimmung verbieten. Man könnte nun auf den Gedanken kommen, daß durch dieses Verbot unser Raumzeitbild eine Einschränkung hinsichtlich der Wirklichkeitstreue erleidet. Dem ist aber nicht so; denn wir vermessen in Wirklichkeit unsern irdischen Raum auf größere Distanzen und schon gar den Sternenraum nicht durch Abtragen von Maßstäben, sondern wir erschließen ihn indirekt auf Grund des visuellen Bildes, indem wir bestimmte Ausbreitungsgesetze des Lichts zugrunde legen. Dabei legen wir selbstredend die lokalen Maßstäbe und Uhren der Station A zugrunde, in der wir uns gerade befinden. Der einzige Unterschied zwischen dieser Methode und der unsrigen für das rotierende System ist nur der, daß wir für das letztere nicht mehr so einfache Ausbreitungsgesetze des Lichts zugrunde legen können wie im ruhenden System innerhalb des Sternenraums. Voraussetzung der Messungen ist aber beidenfalls die Kenntnis dieser Gesetze. Darin, daß wir diese Kenntnis für den rotierenden Beobachter vorwegnehmen müssen, statt sie ihn sich sukzessive erwerben zu lassen, liegt, wie schon hervorgehoben, das einzige „künstliche" Moment unserer Raumzeitmessung im rotierenden System. Das Verbot des Transports der Maßstäbe ist hingegen, wie man sieht, kein solches Moment[1]).

10. Es handelt sich nun noch um die mathematische Darstellung der gewählten Raumzeitmessung im rotierenden System.

Es ist klar, daß wir zur Bestimmung der $x'y'z'$ einer einzigen gewöhnlichen Lorentztransformation bedürfen, welche der momentanen Rotationsgeschwindigkeit der ausgezeichneten Station A angepaßt ist. Denn wir haben ja schon erwähnt, daß gezeigt werden kann, daß in irgendeiner späteren Lage der Station A sich die nämlichen Werte von $x'y'z'$ für „mitbewegte" Punkte ergeben. Von dieser Lorentztransformation benötigen wir natürlich nur einen Zeitpunkt. Der Beobachter in A rotiere längs einer Kreislinie (Radius a) in der Ebene $Z = b$ um die Z-Achse mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω. Seine Momentangeschwindigkeit hat daher die Größe $a\omega$ und die Richtung der Tangente der Kreisbahn. Es seien $xyzt$ die Koordinaten von A im ruhenden System $XYZT$, also

$$x = a\cos\omega t \qquad y = a\sin\omega t \qquad z = b.$$

Wir fassen eine Lage t ins Auge und nehmen die angekündigte Lorentztransformation in zwei Stufen vor:

Zunächst verschieben und drehen wir das System $XYZT$ so, daß der neue Ursprung in die Lage t von A fällt und die neue X_1-Achse radial, die neue Y_1-Achse tangential weist:

$$\begin{aligned} X &= x + X_1\cos\omega t - Y_1\sin\omega t = (a + X_1)\cos\omega t - \\ &\quad - Y_1\sin\omega t \\ Y &= y + X_1\sin\omega t + Y_1\cos\omega t = (a + X_1)\sin\omega t + \\ &\quad + Y_1\cos\omega t \\ Z &= z + Z_1 \qquad\qquad = b + Z_1 \qquad (1) \\ T &= t + T_1. \end{aligned}$$

Hierauf transformieren wir die Geschwindigkeit $a\omega$ (parallel zur Y_1-Achse) auf Ruhe. D. h. wir führen ein System $x'y'z'T'$ ein, derart, daß:

$$\begin{aligned} X_1 &= x' \\ Y_1 &= \frac{y' + a\omega T'}{\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}} \\ Z_1 &= z' \qquad (2) \\ T_1 &= \frac{T' + \frac{a\omega}{c^2}y'}{\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}}. \end{aligned}$$

Hierin haben wir, wie angekündigt, den

1) Es ist selbstverständlich, daß die Messung auch durch Gebrauch der jeweiligen lokalen künstlichen Maßstäbe geschehen kann; nur dürfen diese nicht über ihren Geltungsbereich hinaus transportiert werden.

einzigen Zeitpunkt $T = 0$ zu nehmen und das Resultat mit (1) zu vereinigen. Es kommt

$$X = (a + x')\cos\omega t - \frac{y'}{\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}}\sin\omega t$$

$$Y = (a + x')\sin\omega t + \frac{y'}{\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}}\cos\omega t$$

$$Z = b + z' \qquad (3)$$

$$T = t + \frac{\frac{a\omega}{c^2}y'}{\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}}$$

Hier könnten wir noch t durch die Eigenzeit der Station A:

$$t' = t\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}$$

ersetzen, welche sich aber von t nur durch einen konstanten Faktor unterscheidet, weshalb wir das unterlassen.

$x'y'z't$ ist unsere gesuchte Raumzeitmessung für das rotierende System. Dies beweist man nachträglich, indem man zeigt:

$$\left(\frac{dX}{dT}\right)_{x'y'z'=\text{const}} = -\omega Y \quad \left(\frac{dY}{dT}\right)_{x'y'z'=\text{const}} = \omega X \quad \left(\frac{dZ}{dT}\right)_{x'y'z'=\text{const}} = 0,$$

d. h. der materielle Punkt $x'y'z' = \text{const}$ läuft wirklich auf einer Bahn, die einer gleichförmigen Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Z-Achse entspricht.

Die zu (3) gehörige Maßbestimmung berechnet sich aus

$$ds^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2 - c^2dT^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 + 2g_{14}dx'dt + 2g_{24}dydt + g_{44}dt^2, \qquad (4)$$

wobei

$$g_{14} = -\frac{\omega y'}{\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}}, \quad g_{24} = +\frac{\omega x'}{\sqrt{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}}$$

$$g_{44} = -c^2 + (a + x')^2\omega^2 + \frac{y'^2\omega^2}{1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}}.$$

Sie hat, wie vorauszusehen war für $dt = 0$ euklidische Raummessung, ist daher wohl die einfachst mögliche Raumzeitbestimmung im rotierenden System.

Die Transformation (3) nenne ich die verallgemeinerte Lorentztransformation für das gleichförmig rotierende System.

11. Um zum Schlusse von den künstlichen Längen $dx'dy'dz'$ nochmals auf die natürlichen zurückzukommen, beachte man, daß das natürliche Raumelement jeweils orthogonal zu den betreffenden Weltlinien steht. Eine Weltlinie ist gegeben durch $x'y'z' = \text{const}$, mithin variiert längs ihr bloß t. Die zum natürlichen Raumelement gehörigen Zuwächse $dx'dy'dz'dt$ findet man daher aus

$$g_{14}dx' + g_{24}dy' + g_{44}dt = 0.$$

Somit kommt für die Länge $d\sigma$ des natürlichen Elements ausgedrückt in den künstlichen Maßstäben der Station A

$$d\sigma^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - \frac{1}{g_{44}}(g_{14}dx' + g_{14}dy')^2. \qquad (5)$$

Wir wollen speziell den Standpunkt von A in der Rotationsachse, etwa $a = b = 0$, wählen. Unsere verallgemeinerte Lorentztransformation (3) wird in diesem Fall

$$\begin{aligned} X &= x'\cos\omega t - y'\sin\omega t \\ Y &= x'\sin\omega t + y'\cos\omega t \\ Z &= z' \\ T &= t, \end{aligned} \qquad (3a)$$

d. h. der Beobachter A ruht, bezieht sich aber auf rotierende Achsen (Achsen, die im rotierenden System fest sind).

Der Ausdruck des natürlichen Raumelements in seinen Maßstäben wird dann einfach

$$d\sigma^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 + \frac{\omega^2}{c^2 - x'^2 + y'^2\omega^2}(-y'dx' + x'dy')^2 \qquad (5a)$$

oder bei Einführung von Polarkoordinaten $r'\varphi'$ in der $x'y'$-Ebene

$$d\sigma^2 = dr'^2 + \frac{r'^2}{1 - \frac{\omega^2r'^2}{c^2}}d\varphi'^2 + dz'^2. \qquad (5b)$$

Hieraus bestätigt man das Einsteinsche Paradoxon. Es wird die natürlich gemessene Peripherie des Kreises $r' = \text{const}$, $z' = \text{const}$

$$\frac{2\pi r'}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2r'^2}{c^2}}} > 2\pi r'$$

der natürlich gemessene Durchmesser

$$2r',$$

ihr Verhältnis daher

$$\frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2r'^2}{c^2}}} > \pi.$$

Man bemerkt leicht, warum umgekehrt die natürlich gemessenen räumlichen Längen unverwendbar sind für eine einheitliche Raumzeitmessung im rotierenden System, denn man hat aus (4) und (5)

$$ds^2 = d\sigma^2 + \frac{1}{g_{44}}(g_{14}dx' + g_{24}dy' + g_{44}dt)^2.$$

Es gibt aber keine Funktion $\tau\,(XYZT)$, deren Differential dem in der runden Klammer eingeschlossenen linearen Differentialausdruck proportional wäre, so daß

$$g_{14}dx' + g_{24}dy' + g_{44}dt = \lambda d\tau$$

wäre. Dies bestätigt man leicht durch Berechnung der Pfaffschen Integrabilitätsbedingung, welche für die in (4) gegebenen Werte der g_{14} $g_{24}g_{44}$ niemals erfüllt ist. Also kann auch $d\sigma^2$ nicht als raumartiger Teil des ds^2 auftreten. Die natürliche Raummessung ist unverwendbar für eine einheitliche Raumzeitmessung im rotierenden System.

12. Hier mag noch eine Bemerkung Platz finden. Man weiß, daß Einstein das zitierte Paradoxon anwendet, um daraus den Schluß zu ziehen, daß im allgemeinen das Schwerefeld die Raummaße beeinflußt, derart, daß die Geometrie nicht mehr euklidisch ist. Denn zufolge seiner Äquivalenzhypothese sind die Vorgänge im rotierenden System äquivalent denen in einem bestimmten Schwerefeld, welches ich ein Schwerefeld genannt habe. Der erwähnte Schluß Einsteins ist aber nur richtig, wenn als Geometrie das Resultat der natürlichen Raummessung bezeichnet wird. Für den raumartigen Teil der vierdimensionalen Maßbestimmung ds^2 gilt, wie wir aus (4) sehen, der Schluß Einsteins nicht; das rotierende System kann daher kein Beispiel abgeben für die Beeinflussung des raumartigen Teils des ds^2 durch wirkliche Schwerefelder, wie sie z. B. im Feld des Massenpunkts auftritt (Schwarzschild).

(Eingegangen 24. Februar 1921.)

Ein kurzer Weg zum beschränkten Relativitätsprinzip.

Von Hans Witte.

Von den vier kennzeichnenden Gleichungen der besonderen Relativitätstheorie

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot(x - vt)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot(x' + vt')$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

sind je zwei durch die beiden anderen bestimmt. Gewöhnlich rechnet man aus den beiden hinführenden Gleichungen ($x' = \ldots$, $t' = \ldots$) die beiden herführenden aus ($x = \ldots$, $t = \ldots$). Man kann aber auch andere Paare bilden. Dann findet sich eine Herleitung der Gleichungsgesamtheit, die dadurch bemerkenswert ist, daß sie von einem Mindestmaß des geschichtlich Gegebenen ausgeht.

Wir versetzen uns in denjenigen Zustand der Wissenschaft zurück, als H. A. Lorentz und Fitzgerald zur Erklärung des Michelsonversuches ihre Zusammendrückungsannahme aufgestellt hatten. Damals kannte man das Relativitätsprinzip der alten Mechanik, vertreten durch die Galilei-Gleichungen:

(G_1) $\qquad x' = x - vt$

(G_2) $\qquad x = x' + vt;$

sie sagen aus, daß sich das x'-System mit derselben Geschwindigkeit $|v|$ gegen das x-System bewegt, wie x gegen x'. Nach Lorentz und Fitzgerald soll das eine Raummaß (x') im Verhältnis $1 : \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ verkürzt sein, also statt (G_1)

$$(L_1) \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot(x - vt).$$

Wir machen nun die einzige weitere Voraussetzung, daß auch für diese Lorentzverkürzung der Relativitätsgedanke gelten soll. Das heißt: ebenso wie das x'-Maß zu einer festen Zeit (t) verkürzt ist, soll das x-Maß zu einer festen Zeit (natürlich t') verkürzt sein, also statt (G_2)

$$(L_2) \qquad x = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot(x' + vt').$$

Dann kommt aus diesen Voraussetzungen von selber

$$x'\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - x = -vt$$

$$x\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - x' = +vt',$$

weiter durch jeweiliges Malnehmen mit $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ und Zusammenzählen:

$$-\frac{v^2}{c^2}x = v\cdot\left(-t + \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot t'\right)$$

$$-\frac{v^2}{c^2}x' = v\cdot\left(+t' - \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot t\right)$$

und schließlich

$$(L_3)\qquad t' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

$$(L_4)\qquad t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right);$$

(L_1), (L_2), (L_3), (L_4) die vollständigen Gleichungen der Lorentz-Umformung, aus denen sich alles Übrige ergibt[1]). Einsteins Zeitbegriff und der Grundsatz der gleichbleibenden Lichtgeschwindigkeit erscheinen beide zugleich als Folge aus den angegebenen, geschichtlich naheliegenden Raum-Voraussetzungen.

1) Man kann auch den Betrag der Zusammendrückung statt $1:\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ willkürlich ansetzen (a) und hernach beweisen, daß dann eine Geschwindigkeit $c = \frac{a\cdot v}{\sqrt{a^2-1}}$ von der bekannten Bedeutung besteht. — Der hier beschriebene „kurze Weg" und andere Eigentümlichkeiten lassen sich sehr schön an dem neuen Relativitäts-Schauwerk der wissenschaftlichen Werkstätte Günther & Tegetmeyer (Braunschweig) verfolgen, über das ich demnächst berichten werde.

Wolfenbüttel (Technische Hochschule Braunschweig), 28. Februar 1921.

(Eingegangen 3. März 1921.)

Einwirkung der Temperatur auf die Gestalt der Oberflächenschichten beim kristallinischen Selen.

Von W. S. Gripenberg.

Bei der Herstellung von Selenplatten durch Kristallisation geschmolzenen Selens zwischen Glasplatten, bei konstanter Temperatur von 190°, fiel es mir auf, daß bei Abkühlung die vorher hochglanzpolierte Selenoberfläche merklich uneben wurde. Sie ist anscheinend körnig geworden, obschon noch gewissermaßen blank.

Zeigten sich vorher zwischen Selen und Glas Newtonsche Interferenzfarben von weithin sichtbarer Größe und niedriger Ordnung, so sind dieselben nunmehr derart zusammengeschrumpft und ihre Anzahl vermehrt, daß Vergrößerung nötig ist, um sie wahrzunehmen.

Die Erscheinung ist vollkommen reproduzierbar, der Versuch kann beliebig oft wiederholt werden. Wird die Glasplatte durch eine Vorrichtung festgehalten, so kehren die gleichen Interferenzfiguren beim Wiedererwärmen zurück.

Bei näherer Betrachtung zeigt sich die Oberfläche mit zahlreichen Grübchen (0,1—0,001 mm Durchmesser) bedeckt, entsprechend den Kristallindividuen. Die Hauptachsen münden im tiefsten Teil der Gruben aus, woselbst auch strahlige Figuren und auch wirkliche Spalten (3—4) zusammenlaufen. Wahrscheinlich steht die Achse senkrecht zur Glasfläche.

Die Tiefe der Einsenkungen konnte ich nicht ermitteln; doch schien oft eine andere Interferenzfarbe über dem Rand als über der Mitte der Grube zu sein.

Die Ursache zur Entstehung der Grübchen besteht natürlich darin, daß der Wärmeausdehnungskoeffizient in der Richtung der Hauptachse am größten ist.

Die Erscheinung wird am deutlichsten hervortreten, wenn die Kristallisation bei möglichst hoher, konstanter Temperatur vor sich geht.

Hiermit wird nun auch ein neues Licht auf die Vorgänge in den Selenzellen geworfen. Ist nämlich bei einer gewissen Temperatur der Anschluß zwischen Selen und Elektrode ein vollkommener, so wird dies bei den meisten anderen Temperaturen nicht mehr der Fall sein. Die Selenoberfläche ist uneben und brüchig geworden, der Übergangswiderstand ist verändert. Eine weitere Ursache zur bisherigen Unmöglichkeit, mit Selen wirkliche Präzisionsmessungen anzustellen, ist somit aufgefunden worden.

Helsingfors, Februar 1921.

(Eingegangen 3. März 1921.)

Berichtigung.

Leider bin ich gelegentlich von Bemerkungen über „Weiß hoher Ordnung" (diese Zeitschr. **22**, 51, 1921) durch ungenügende Überlegung in einen alten, nachgerade etwas ehrenrührig gewordenen Irrtum verfallen, der besonders seit den Ausführungen Plancks und v. Laues[1]) nicht mehr vorkommen sollte. Ich beeile mich, den mir jetzt unbegreiflichen zweiten Absatz meiner leichtsinnig voreiligen Mitteilung zurückzunehmen.

1) Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **1**, 400, 1905.

Diakonissenhaus Leipzig-Lindenau, 3. März 1921.

Th. Des Coudres.

(Eingegangen 6. März 1921.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Kritische Betrachtungen zur traditionellen Darstellung der Thermodynamik.

Von M. Born.

(Schluß.)

II. Die neue Darstellung.

Der Kernpunkt der Carathéodoryschen Theorie ist die Erkenntnis, daß eine viel allgemeinere Formulierung des Erfahrungsprinzips von der Unmöglichkeit gewisser Prozesse genügt, um mit Hilfe des vorher bewiesenen Satzes über Pfaffsche Differentialausdrücke ohne neue, physikalische Überlegungen in einfachster Weise zum zweiten Hauptsatze zu gelangen.

Gewöhnlich legt man Gewicht darauf, das Erfahrungsprinzip so zu formulieren, daß es möglichst viele Prozesse als unausführbar hinstellt: es soll auf keine Weise möglich sein, ohne „Kompensation" Wärme aus dem kälteren in den wärmeren Körper zu bringen oder Wärme vollständig in Arbeit zu verwandeln.

Tatsächlich reicht aber die Erfahrung, daß es überhaupt gewisse unausführbare Prozesse gibt, zur Ableitung des zweiten Hauptsatzes vollständig aus. Daher genügt der Hinweis auf so primitive Erfahrungen wie die, daß ein adiabatisch eingeschlossenes System nicht seinen Energieinhalt vollständig in Form von Arbeit verausgaben kann. Das liegt daran, daß ein solches System, wenn man die Form und Lage der Wände am Anfang und Ende des Prozesses identisch wählt, durch den Prozeß heißer, aber niemals kälter werden kann; man kann höchstens durch quasistatische Leitung des Vorgangs erreichen, daß die Temperatur konstant bleibt. Es gibt also adiabatisch unerreichbare Nachbarzustände, und zwar offenbar in beliebiger Nähe des Ausgangszustandes. Es ist aber für die thermodynamischen Folgerungen ganz unwesentlich, welches die nicht erreichbaren Nachbarzustände sind; es kommt nur darauf an, daß es solche gibt. Daher formulieren wir die dem zweiten Hauptsatze zugrunde liegende Erfahrungstatsache so:

Prinzip von Carathéodory: In beliebiger Nähe jedes Zustandes gibt es Nachbarzustände, die durch adiabatische Vorgänge von dem ersten Zustande aus nicht erreichbar sind.

Insbesondere gibt es erst recht Nachbarzustände, die durch quasistatische, adiabatische Vorgänge, also auf Adiabaten, nicht erreichbar sind.

Daraus folgt nun mit Hilfe unserer mathematischen Überlegungen, daß der Pfaffsche Differentialausdruck dQ, das Differential der Wärme, immer einen integrierenden Nenner hat, und daraus ergeben sich dann mit Leichtigkeit die Formeln der Thermodynamik, während die traditionelle Theorie erst hier den großen Apparat ihrer Kreisprozesse in Bewegung setzt.

Für eine einzelne Flüssigkeit, deren Zustand durch zwei Veränderliche, etwa V, ϑ, bestimmt ist, lehrt das Prinzip unmittelbar nichts Neues; denn ein Pfaffscher Ausdruck von 2 Veränderlichen hat immer einen integrierenden Nenner.

Man muß also zu Systemen aus mindestens zwei Körpern im thermischen Gleichgewichte übergehen. Etwas Analoges geschieht auch in der gewöhnlichen Theorie, indem man zwei Maschinen Carnotsche Kreisprozesse zwischen denselben Wärmequellen im umgekehrten Sinne durchlaufen läßt. Aber man braucht diesen Umweg gar nicht; man betrachte einfach zwei in thermischer Berührung befindliche Körper, deren Differential der Wärme durch die Formel (8′) gegeben ist und einen Pfaffschen Ausdruck von 3 Veränderlichen V_1, V_2, ϑ darstellt. Die Vereinigung unseres mathematischen Satzes mit dem Prinzip von Carathéodory gibt dann das Resultat, daß

$$dQ = dQ_1 + dQ_2 = \lambda d\varphi \tag{22}$$

gesetzt werden kann, wo λ und φ gewisse Zustandsfunktionen sind.

Andererseits ist auch

$$dQ_1 = \lambda_1 d\varphi_1, \quad dQ_2 = \lambda_2 d\varphi_2, \tag{23}$$

also

$$\lambda d\varphi = \lambda_1 d\varphi_1 + \lambda_2 d\varphi_2. \tag{24}$$

Man kann nun statt V_1, V_2 und ϑ auch φ_1, φ_2 und ϑ als unabhängige Veränderliche wählen; dann sind λ und φ als Funktionen von φ_1, φ_2, ϑ anzusehen, und die Formel (24) lehrt ohne weiteres, daß

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \varphi_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} = 0. \tag{25}$$

Wegen der dritten dieser Gleichungen hängt φ nicht von ϑ, nur von φ_1 und φ_2 ab. Folglich sind auch die Quotienten

$$\frac{\lambda_1}{\lambda}, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda}$$

von ϑ unabhängig:

$$\frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{\lambda_1}{\lambda}=0,\quad \frac{\partial}{\partial\vartheta}\frac{\lambda_2}{\lambda}=0,$$

oder

$$\frac{1}{\lambda_1}\frac{\partial\lambda_1}{\partial\vartheta}=\frac{1}{\lambda_2}\frac{\partial\lambda_2}{\partial\vartheta}=\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial\vartheta}.$$

Nun ist λ_1 eine Zustandsgröße des ersten Körpers, also nur von φ_1 und ϑ abhängig; ebenso ist λ_2 eine Zustandsgröße des zweiten Körpers, also nur von φ_2 und ϑ abhängig. Das erste Gleichheitszeichen kann daher nur gelten, wenn beide Größen nur von ϑ abhängen. Demnach gilt

$$\frac{\partial\log\lambda_1}{\partial\vartheta}=\frac{\partial\log\lambda_2}{\partial\vartheta}=\frac{\partial\log\lambda}{\partial\vartheta}=g(\vartheta),\quad(26)$$

wo die Funktion $g(\vartheta)$ universell ist; denn sie hat für die beiden beliebigen Körper sowie für das aus ihnen gebildete System denselben Wert. Diese kleine Überlegung führt also mit ganz „normaler" Mathematik zur Existenz einer universellen Temperaturfunktion, aus der sich die übliche Temperaturskala durch eine einfache Normierung des integrierenden Nenners herstellen läßt.

Wir lassen jetzt den Index fort und verstehen unter λ den integrierenden Nenner eines beliebigen Systems; dann folgt

$$\log\lambda=\int g(\vartheta)\,d\vartheta+\log\Phi,\quad(27)$$

wo die Integrationskonstante, $\log\Phi$ bezeichnet, noch von den anderen Zustandsvariabeln des Systems abhängen wird, also bei einer Flüssigkeit von φ. Weiter ergibt sich

$$\lambda=\Phi\,e^{\int g(\vartheta)\,d\vartheta}.\quad(28)$$

Für jedes thermodynamische System zerfällt also der integrierende Nenner in zwei Faktoren, von denen der eine nur von der Temperatur, der andere nur von den übrigen Zustandsvariablen abhängt. Man führt nun die absolute Temperatur

$$T=C\,e^{\int g(\vartheta)\,d\vartheta}\quad(29)$$

ein, wo die Konstante C dadurch festgelegt wird, daß man für irgend zwei Fixpunkte den absoluten Temperaturunterschied vorschreibt, etwa gleich 100° setzt.

Mit dieser Definition wird das Differential der Wärme

$$dQ=\lambda\,d\varphi=T\cdot\frac{\Phi}{C}\,d\varphi.\quad(30)$$

Handelt es sich nun um eine einzelne Flüssigkeit, so kann Φ nur von φ abhängen; daher kann man durch die Formel

$$S=\frac{1}{C}\int\Phi(\varphi)\,d\varphi\quad(31)$$

eine nur von φ abhängige Zustandsgröße definieren, die ebenfalls auf den Adiabaten konstant ist. Man nennt sie die Entropie; sie ist bis auf eine additive Konstante bestimmt.

Dann erhält man die Formel des zweiten Hauptsatzes:

$$dQ=T\,dS.\quad(32)$$

d. h. bei dieser Normierung wird die absolute Temperatur integrierender Nenner des Differentials der Wärme.

Dasselbe gilt aber auch für das System der beiden in thermischem Kontakt befindlichen Körper (und allgemein für ein beliebiges System); denn man hat nach (24) und (30):

$$\Phi d\varphi=\Phi_1 d\varphi_1+\Phi_2 d\varphi_2,\quad(33)$$

also

$$\Phi\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi_1}=\Phi_1,\quad \Phi\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi_2}=\Phi_2.$$

Hier hängt Φ_1 nur von φ_1, Φ_2 nur von φ_2 ab; differenziert man nun die erste Gleichung nach φ_2, die zweite nach φ_1, so kommt

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi_2}\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi_1}+\Phi\frac{\partial^2\varphi}{\partial\varphi_1\partial\varphi_2}=0,$$
$$\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi_1}\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi_2}+\Phi\frac{\partial^2\varphi}{\partial\varphi_1\partial\varphi_2}=0.$$

Daraus folgt durch Subtraktion, daß die Funktionaldeterminante

$$\frac{\partial(\Phi,\varphi)}{\partial(\varphi_1,\varphi_2)}=\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi_1}\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi_2}-\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi_2}\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi_1}=0$$

ist; mithin ist Φ eine Funktion von φ. Man kann daher auch für das System die Entropie durch (31) definieren und hat dann nach (33)

$$dS=dS_1+dS_2=d(S_1+S_2).\quad(34)$$

Bei geeigneter Bestimmung der additiven Konstanten darf man daher

$$S=S_1+S_2\quad(35)$$

setzen: Die Entropie eines Systems ist die Summe der Entropien der Teile.

Es muß hier angemerkt werden, daß für kompliziertere Systeme, wo die Teile ihre Massen austauschen können, die Additivität der Entropie besonders bewiesen werden muß, was auf ganz analogem Wege immer möglich ist. Überhaupt verfolgen wir die Ausgestaltung des thermodynamischen Formelsystems nicht weiter, da es uns nur auf die Prinzipien ankommt.

§ 7. Irreversible Zustandsänderungen.

Wir untersuchen nun das Verhalten der Entropie bei beliebigen, nicht quasistatischen Prozessen; und zwar betrachten wir zunächst das von uns bisher behandelte System, das aus

zwei in thermischem Kontakt befindlichen Körpern besteht.

Dieses hängt von 3 Veränderlichen ab, als die wir früher V_1, V_2 und ϑ gewählt haben; wir wollen jetzt statt ϑ die Entropie S als dritte Variable benutzen.

Es seien V^0_1, V^0_2 und S^0 die Werte der Variabeln im Ausgangszustande, V_1, V_2, S die im Endzustande. Wir behaupten, daß bei allen möglichen Prozessen S entweder niemals wachsen oder niemals abnehmen kann. Man kann nämlich den Endzustand in folgenden zwei Schritten erreichen:

1. Man verändert die Volumina quasistatisch adiabatisch von V^0_1, V^0_2 auf V_1, V_2; dabei bleibt die Entropie konstant gleich S^0;
2. man variiert den Zustand bei konstantem Volumen V_1, V_2 durch adiabatische Arbeitsleistung (Rühren, Reiben usw.), bis die Entropie sich von S^0 in S verwandelt hat.

Wäre nun S bei verschiedenen Prozessen teils größer, teils kleiner als S^0, so würde jeder Nachbarzustand V_1, V_2, S des Ausgangszustandes V^0_1, V^0_2, S^0 adiabatisch erreichbar sein; denn die Volumina kann man ja frei verändern. Das widerspricht aber der Erfahrungstatsache, die dem zweiten Hauptsatze zugrunde liegt. Es muß also entweder immer $S \geq S^0$ oder immer $S \leq S^0$ sein.

Geht man von einem andern Anfangszustande aus, so sieht man, daß wegen der Stetigkeit die Unmöglichkeit der Zu- oder Abnahme der Entropie immer im selben Sinne liegen muß. Dasselbe gilt aber auch für zwei verschiedene Systeme wegen der Additivitätseigenschaft der Entropie.

Ob die Entropie nur zunehmen oder nur abnehmen kann, hängt noch von der Konstanten C in der Formel (29) bzw. (31) ab. Man wählt diese natürlich so, daß die absolute Temperatur positiv wird. Dann genügt ein einziges Experiment, um das Vorzeichen der Entropieänderung festzulegen; die Erfahrung (etwa an den Gasen, vgl. unten § 8) lehrt, daß die Entropie nie abnimmt.

Hieraus folgt, daß, wenn bei irgendeiner Zustandsänderung der Wert der Entropie nicht konstant geblieben ist, keine adiabatische Zustandsänderung gefunden werden kann, die das System aus dem End- in den Anfangszustand zurückführt. In diesem Sinne gilt der Satz: Jede Zustandsänderung, bei welcher der Wert der Entropie variiert, ist irreversibel.

Ferner ergibt sich, daß im Gleichgewichte die Entropie ein Maximum hat, und daraus erhält man leicht die übrigen Extremalsätze der Thermodynamik. Wir gehen darauf nicht ein, aber wir müssen einige Worte darüber sagen, unter welchen Voraussetzungen sich der oben gegebene Beweis von den hier betrachteten Systemen, die aus zwei (oder mehreren) in thermischer Berührung befindlichen Körpern bestehen, auf kompliziertere Systeme übertragen läßt. Der Hauptpunkt war offenbar, daß sich die beiden Volumina ganz beliebig variieren lassen und daß außer diesen nur eine weitere Variable, die Entropie, vorhanden ist. Das Entsprechende gilt nun ganz allgemein: Nicht nur dieser Schluß, sondern der ganze Aufbau der Thermodynamik hat zur Voraussetzung, daß bei einem Systeme von n unabhängigen Veränderlichen $n-1$ davon den Charakter geometrischer Größen haben, deren Werte man willkürlich verändern kann, während nur eine „thermische" Variable (Temperatur, Entropie) vorhanden ist. Aber diese Einschränkung ist nicht für die Caratheodorysche Form der Thermodynamik charakteristisch, sondern gilt ebenso für die traditionelle Theorie. Nur tritt sie dort nicht bei der Ableitung der Hauptsätze so klar zutage wie hier, wohl aber ist bekannt genug, daß man zur tatsächlichen Berechnung der Entropie in einem speziellen Falle imstande sein muß, den Prozeß „reversibel zu leiten"; das heißt aber nichts anderes, als daß man alle Veränderlichen außer einer (der Temperatur) willkürlich verändern kann. Hierzu dienen die Einführung der halbdurchlässigen Wände und ähnliche Kunstgriffe.

§ 8. Beispiele.

Wir haben in durchaus unpädagogischer Weise, aber mit Absicht, den abstrakten Gedankengang nicht durch Beispiele erläutert, vor allem nicht die idealen Gase herangezogen, die in vielen Darstellungen der Thermodynamik eine so dominierende Rolle spielen. Denn es ist gerade unsere Meinung, daß dieses Vorherrschen der idealen Gase ein Nachteil ist, der den Schüler leicht auf den Gedanken bringen kann, daß die ganze Thermodynamik von der Existenz gewisser gasförmiger Substanzen abhängt. Natürlich gibt es Darstellungen, die über diesen Fehler erhaben sind, aber in anderen ist er nicht vermieden; dort erscheint die Gastemperatur $\vartheta = pV$ als Grundlage der absoluten Temperatur, und wenn auch nachträglich gezeigt wird, daß die letztere von der Existenz bestimmter Körper unabhängig ist und aus thermisch-kalorischen Messungen verschiedenster Art bestimmt werden kann, so ist das Verfahren doch logisch unbefriedigend. Denn es ist a priori nicht der leiseste Grund

vorhanden, warum man als empirische Temperatur gerade $\vartheta = pV$, nicht etwa $\vartheta = (pV)^2$ oder irgendeine andere (monotone) Funktion $\vartheta = f(p \cdot V)$ einführt.

Wir wollen hier gerade diesen allgemeinsten Ansatz machen und daraus die absolute Temperatur ableiten. Wir brauchen noch die (kalorimetrische) Bestimmung der Energiefunktion U; dazu dient uns, wie üblich, das (idealisierte) Joule-Thomsonsche Experiment, wonach bei einer adiabatischen Expansion eines Gases ohne Arbeitsleistung (in erster Annäherung) keine Änderung des Produkts pV (oder der Gastemperatur $\vartheta = f(p \cdot V)$) eintritt. Daraus folgt, daß U nur von ϑ abhängt. Wir setzen also

$$pV = F(\vartheta), \quad U = U(\vartheta).$$

Daraus bilden wir die Adiabatengleichung

$$dQ = dU + p\,dV = U'(\vartheta)\,d\vartheta + F(\vartheta)\,\frac{dV}{V} = 0.$$

Schreibt man

$$dQ = F(\vartheta)\left\{\frac{U'(\vartheta)}{F(\vartheta)}\,d\vartheta + d\log V\right\}$$

und setzt

$$\log \Theta(\vartheta) = \int \frac{U'(\vartheta)}{F(\vartheta)}\,d\vartheta,$$

so wird

$$dQ = F(\vartheta)\,d\log \Theta V = 0.$$

Also kann man

$$\lambda = F(\vartheta), \quad \varphi = \log \Theta V$$

setzen. Aber es gibt nach (13) unendlich viele integrierende Nenner; setzt man z. B.

$$\varphi^* = e^{\varphi} = \Theta V,$$

so wird

$$\lambda^* = \lambda\,\frac{d\varphi}{d\varphi^*} = F(\vartheta)\,e^{-\varphi} = \frac{F(\vartheta)}{\Theta V}.$$

Es ist gar kein Grund, den integrierenden Nenner $\lambda = F(\vartheta) = pV$ von vornherein auszuzeichnen, wie es gewöhnlich geschieht. Dazu berechtigt vielmehr erst der zweite Hauptsatz. Denn aus der Formel (26), worin φ bei der Differentiation als konstant zu betrachten ist, findet man immer

$$g(\vartheta) = \frac{d\log F(\vartheta)}{d\vartheta}$$

und dann nach (29)

$$T = C\,F(\vartheta) = C\,pV.$$

Damit ist die Übereinstimmung der absoluten Temperatur mit der idealen Gasskala bewiesen. Für die Entropie ergibt sich dann aus der Formel $dQ = TdS$:

$$S = S_0 + \frac{1}{C}\log \Theta V.$$

Das geht in den bekannten Ausdruck über, wenn man

$$U = cT, \quad C = \frac{1}{R}$$

setzt; dann wird

$$\log \Theta = \int \frac{c}{RT}\,dT = \frac{c}{R}\log T,$$

also

$$pV = RT, \quad S = S_0 + c\log T + R\log V.$$

Ein zweites Beispiel zur Bestimmung der absoluten Temperatur ist die schwarze Strahlung. Die empirischen Grundlagen sind:

1. Der Strahlungsdruck p hängt mit der Energiedichte u durch die Formel

$$p = \frac{u}{3}$$

zusammen.

2. Die Energiedichte hängt nur von der Temperatur ab:

$$u = u(\vartheta).$$

Dasselbe gilt also auch von p.

Die Gesamtenergie im Volumen V ist

$$U = 3\,Vp.$$

Die Pfaffsche Gleichung der Adiabaten lautet

$$dQ = dU + p\,dV = 4\,p\,dV + 3\,V\,dp = 0$$

und läßt sich schreiben

$$dQ = pV \cdot d\log V^4 p^3 = 0.$$

Daher kann man

$$\lambda = pV, \quad \varphi = \log V^4 p^3$$

setzen. Drückt man λ als Funktion von $p(\vartheta)$ und φ aus, so wird

$$\log \lambda = \frac{1}{4}\log p + \frac{\varphi}{4}.$$

Daher wird nach (26) und (27)

$$g(\vartheta) = \frac{\partial \log p^{1/4}}{\partial \vartheta}, \quad \log \Phi = \frac{\varphi}{4},$$

und nach (29)

$$T = C p^{1/4}.$$

Man benutzt gewöhnlich die Bezeichnung

$$a = \frac{3}{C^4}$$

und erhält dann das Stefan-Boltzmannsche Gesetz

$$u = 3\,p = aT^4.$$

Ferner wird die Entropie nach (23)

$$S = \frac{1}{C}\int \Phi\,d\varphi = \frac{1}{C}\int e^{\frac{\varphi}{4}}\,d\varphi = \frac{4}{C}\,e^{\frac{\varphi}{4}}$$

$$= \frac{4}{C}\,Vp^{1/4} = \frac{4}{C^4}\,VT^3$$

$$= \frac{4a}{3}\,VT^3.$$

wenn die Konstante so bestimmt wird, daß $S = 0$ wird für $T = 0$. Die Entropiedichte ist also

$$s = \frac{4a}{3} T^3.$$

§ 9. Verallgemeinerungen.

Wir haben bereits mehrmals betont, daß sich die ganze Gedankenkette ohne weiteres auf kompliziertere Systeme übertragen läßt, deren homogene Bestandteile oder Phasen ihre Substanz austauschen können. Nur muß es möglich sein, alle Variable außer einer willkürlich zu ändern; daher müssen an jeder Grenze zwischen zwei Phasen hinreichend viele Bedingungen empirisch gegeben sein, die an die Stelle der einfachen, thermischen Gleichgewichtsbedingung (Zustandsgleichung) treten. Ferner führt man halbdurchlässige Wände ein, durch deren freie Beweglichkeit die nötige Anzahl willkürlich veränderlicher Parameter gewonnen wird.

Da die Sätze über Pfaffsche Gleichungen für beliebig viele Variable ebenso gelten wie für drei, so übertragen sich alle Schlüsse ohne weiteres.

Während so in der allgemeinen Theorie die üblichen Kreisprozesse vorteilhafterweise vermieden werden, ist es für die wirkliche Ausrechnung der thermodynamischen Funktionen häufig sehr bequem, Kreisprozesse zu gebrauchen; insbesondere läßt sich das Nernstsche Theorem am besten in der Weise rechnerisch verwerten, daß man Kreisprozesse benutzt, deren einer Zweig beim absoluten Nullpunkt abläuft.

Größere Schwierigkeiten bietet erst, wie Carathéodory betont, die thermodynamische Begründung der Strahlungstheorie und der Vorgänge in bewegten Körpern, weil dabei der Zustand des Systems sich nicht durch eine endliche Zahl von Parametern beschreiben läßt. Bisher hat man ja auch diese Gebiete immer nur mit den statistischen Methoden der kinetischen Theorie behandelt.

(Eingegangen 25. November 1920.)

BESPRECHUNGEN.

Sven Odén, Die Huminsäuren. Chemische, physikalische und bodenkundliche Forschungen. gr. 8°. 199 S. m. 21 Abbildungen. Dresden u. Leipzig, Th. Steinkopff. 1919. Gebunden M. 13.20.

Der Verfasser, welcher durch seine gründlichen Arbeiten über kolloiden Schwefel und Tonsuspensionen wohl bekannt ist, gibt hier eine Zusammenstellung der wichtigsten Untersuchungen über die Huminsäuren, Bestandteile des Ackerbodens, die wegen ihrer kolloiden Eigenschaften für die Pflanzenernährung indirekt eine wichtige Rolle spielen.

Nach einer historischen Einleitung über die zahlreichen auf diesem Gebiete durchgeführten Untersuchungen bringt er eine Übersicht seiner eigenen Arbeiten, aus denen nur die Teile hervorgehoben sein mögen, welche die Frage nach der chemischen Natur der Humussäure betreffen, da sie einen Gegenstand von allgemeinerem Interesse berührt. Von mehreren Forschern wurde angenommen, daß die Humussäuren als neutrale Körper anzusehen seien, die nur deshalb eine saure Reaktion aufweisen, weil sie den damit in Berührung kommenden Salzen durch Adsorption den basischen Bestandteil entziehen. Derartige Reaktionen, die man nicht auf einfache Salzbildung der betreffenden Substanzen zurückführen kann, sind schon öfter beobachtet worden. So adsorbiert nach van Bemmelen das Mangansuperoxyd aus neutralen Salzlösungen den basischen Bestandteil stärker als den sauren und ähnliches gilt von der mit Säure gewaschenen Kohle. Sven Odén hält es für wahrscheinlicher, daß hier nicht eine Adsorption des basischen Bestandteils, sondern ein Austausch von an den Adsorbentien haftenden Säuren gegen Neutralsalze stattfindet, wodurch die adsorbierten Säuren freigemacht werden. Bezüglich der Humussäure bringt er aber den Beweis, daß diese echte schwer lösliche Säuren sind, die mit Ammoniak und anderen Alkalien unter Bildung leicht löslicher Salze reagieren. Der Äquivalent der Humussäure wird auf verschiedene Weise, z. B. durch potentiometrische Titration bestimmt und ergibt sich annähernd zu 330—345. Die Humate sind nach Sven Odén als Salze einer vierwertigen Säure aufzufassen.

Wie alle Publikationen Sven Odéns zeichnet sich auch diese Monographie durch Gewissenhaftigkeit und Gründlichkeit aus und kann daher den Interessenten bestens empfohlen werden. R. Zsigmondy.

Briefkasten.

„Standpunktslehre", ein Verdeutschungsvorschlag.

Von Hans Witte.

In einem allgemeinverständlichen Aufsatz in der „Woche" habe ich statt Relativitätstheorie Standpunktslehre gesagt. Die Zeitschrift des deutschen Sprachvereins hat diesen Vorschlag aufgegriffen und begrüßt. Nachdem schon Herr v. Laue mit der Verdeutschung des „spezielle" die Patina der Standard-Terminologie korrodiert hat, glaube ich auch diesen Versuch wagen zu dürfen.

Wolfenbüttel (Technische Hochschule Braunschweig), 28. Februar 1921.

(Eingegangen 3. März 1921.)

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1921.

Bergakademie Clausthal. **Valentiner**: Experimentalphysik; Physikalisches Praktikum. — **Wallot**: Physikalisches Repetitorium. —

Universität Köln. **Rinkel**: Experimentalphysik, Optik und Akustik; Allgemeine Maschinenlehre; Großes physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene und Forschungsarbeiten; Kleines physikalisches Praktikum. —

Universität Königsberg. **Kaufmann**: Seminaristische Übungen; Physik und Technik; Experimentalphysik I; Übungen; Kolloquium. — **Volkmann**: Mathematisch-physikalisches Seminar; Theorie der elektromagnetischen und elektrodynamischen Kräfte; Mathematisch-physikalisches Laboratorium. — **Hoffmann**: Physik für Landwirte I; Radioaktivität und Elektronik. — **Kretschmann**: Wärmestrahlung; Röntgenstrahlen und Atomgitter. —

Universität Leipzig. **Wiener**: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, Höhere Physik; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Jaffé, Möbius und Kaempf); Physikalisches Praktikum (mit Jaffé, Möbius und Kaempf); Physikalisches Kolloquium (mit Des Coudres). — **Des Coudres**: Einleitung in die theoretische Physik; Selbständige Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Fredenhagen). — **Wenger**: Einführung in die Thermodynamik mit Anwendungen auf Meteorologie und Geophysik; Übungen in meteorologischen Beobachtungen und im Gebrauch meteorologischer Instrumente; Geophysikalisches Seminar: Fragen des Energiehaushalts der Erde; Arbeiten im Geophysikalischen Institut. — **Scholl**: Experimentalphysik für Zahnärzte. — **Marx**: Grundzüge der Radioaktivität; Radiologisches Praktikum; Messungen an Radium- und Röntgenstrahlen. — **Haas**: Die Einsteinsche Gravitationstheorie; Elektronen, Atome und Molekeln. — **Lilienfeld**: Hochvakuumentladung und Erzeugung von Röntgenstrahlen. — **Jaffé**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften: Differential- und Integralrechnung. — **Möbius**: Einführung in das Physikalische Praktikum. — **Kaempf**: Statistische Mechanik. — **Wilke**: Übungen im Maschinenzeichnen. —

Universität Marburg. **Schäfer**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme; Theoretische Optik; Physikalisches Kolloquium; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schulze, Take und Stuchtey), für Mediziner (mit Take); Übungen im Physikalischen Laboratorium für Fortgeschrittene; Leitung wissenschaftlicher Arbeiten (mit Schulze, Take und Stuchtey). — **Schulze**: Mechanik materieller Punkte und starrer Körper; Theoretisch-physikalisches Seminar. — **Feußner**: Geometrische Optik. — **Take**: Physikalische Meßmethoden; Physikalische Technologie II: Elektrotechnik, mit Versuchen. — **Stuchtey**: Über Atommodelle; Übungen in Handfertigkeit, im Experimentieren und im Experimentalvortrag. —

Universität München. **Wien**: Experimentalphysik II: Elektromagnetismus und Optik; Physikalische Übungen; Anleitung zu selbständigen Arbeiten. — **v. Seeliger**: Theoretische Astronomie. — **Sommerfeld**: Hydrodynamik, Elastizität, Übungen; Magneto- und Elektro-Optik; Seminar. — **Graetz**: Experimentalphysik II: Mechanik, Akustik, Optik; Physikalisches Praktikum: Übungen in physikalischen Messungen, Übungen in physikalischen Demonstrationen; Einleitung in die theoretische Physik II; Anleitung zu selbständigen Arbeiten. — **Schmauss**: Grundlagen der Wettervorhersage, mit Übungen an der Wetterkarte; Meteorologische Höhenforschung: Aerologie; Anleitung zu meteorologischen Arbeiten. — **Wagner**: Die neueren Theorien über den Bau der Atome; Physikalisches Praktikum. — **Fajans**: Physikalische Chemie I; Kinetische Theorie der Materie, Chemische Kinetik, heterogene Gleichgewichte; Atombau und Kristallstruktur in ihren Anwendungen auf chemische Probleme; Kolloquium für physikalische und anorganische Chemie. — **Donle**: Doppelbrechung und damit zusammenhängende Erscheinungen. — **Ewald**: Kinetische Gastheorie. — **Herzfeld**: Vektoranalysis; Mathematische Einleitung in die physikalische Chemie. — **Zinner**: Spektralanalyse der Sonne und Sterne. — **Kienle**: Bahnbestimmung der Himmelskörper I: Parabolische Bahnen; Das astronomische Weltbild in Vergangenheit und Gegenwart. —

Technische Hochschule München. **Zenneck**: Experimentalphysik II: Elektrizität, Elektrooptik; Physikalisches Praktikum; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten. — **Fischer**: Grundzüge der Physik II: Optik, Elektrizität und Magnetismus, Elektrooptik; Schwingungs- und Wellenlehre aus dem Gesamtgebiete der Physik; Ausgewählte Kapitel der Thermodynamik; Praktisch-physikalische Übungen; Aufbau und Handhabung von Apparaten; Einführung in die wissenschaftlichen Methoden der Physik. — **Kossel**: Die neueren Anschauungen über den Bau der Atome. — **v. Angerer**: Kathodenstrahlen, Röntgenstrahlen, Kanalstrahlen. — **Knoblauch**: Kinetische Gastheorie; Einführung in die mathematische Behandlung chemischer Fragen; Technisch-physikalisches Praktikum; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten. — **Hencky**: Wärmewirtschaftliche Beurteilung der Gebäude. — **Emden**: Einführung in die Quantentheorie; Kristalloptik. — **Dieckmann**: Drahtlose Telegraphie und Telephonie; Hochfrequenzmeßtechnik II, Praktikum; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen aus dem Gebiete der angewandten Physik. — **N. N.**: Praktikum im Mechanisch-technischen Laboratorium. —

Universität Münster i. W. **Schmidt**: Experimentalphysik: Mechanik, Wärme, Akustik; Physikalisches Praktikum für Anfänger, (mit Szivessy) für Fortgeschrittene; Physikalisches Seminar. — **Madelung**: Theoretische Physik vom atomistischen Standpunkte; Höhere Vektoranalysis und ihre Anwendung auf die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie; Neuere Theorien und Erkenntnisse in der Physik. — **Szivessy**: Einführung in die Grundlagen der theoretischen Physik; Seminar für theoretische Physik; Übungen zur Elektrodynamik. — **Ley**: Physikalische Chemie I; Über spektroskopische Methoden in der Chemie; Physikalisch-chemisches Praktikum. — **Plassmann**: Über den Mond. —

Universität Prag. **N. N.**: Experimentalphysik II; Physikalisches Praktikum; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene. — **Frank**: Einführung in die Relativitätstheorie; Die Differentialgleichungen der Mechanik; Physikalisches Kolloquium (mit Fürth); Besprechung der neueren Literatur; Seminar für theoretische Physik: Gravitationstheorie. — **Fürth**: Elektronentheorie. — **Rothmund**: Physikalische Chemie II; Physikalisch-chemisches Praktikum; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten. — **Wagner**: Physikalisch-chemische Meßmethoden; Die Phasenregel II (Fortsetzung des gleichnamigen Kollegs vom vorigen Sommersemester). — **Prey**: Theorie der Gezeiten; Übungen im astronomischen Rechnen. — **Spitaler**: Allgemeine Meteorologie II; Meteorologisches Praktikum; Das solare Klima. —

Universität Rostock. **Heydweiller**: Experimentalphysik: Allgemeine Physik, Akustik, Wärme; Physikalische Übungen für Mathematiker, Naturwissenschaftler, Pharmazeuten; Physikalisches Seminar (mit Lenz); Wissenschaftliche Arbeiten. — **Lenz**: Einleitung in die theoretische Physik, mit Übungen; Quantentheorie der Spektren; Anleitung zu selbständigen Arbeiten. — **Kümmell**: Ausgewählte Kapitel der Elektrochemie und Photochemie; Kleines physikochemisches Praktikum. — **Falckenberg**: Praktikum für angewandte Physik, mit Handfertigkeitspraktikum; Physikalische Übungen für Mediziner. —

Technische Hochschule Stuttgart. **Regener**: Anfangsgründe der Physik; Physik; Sondergebiete der Physik; Physikalisches Praktikum für Anfänger; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten; Physikalisches Kolloquium. — **Glocker**: Ausgewählte Kapitel aus der neueren Physik. — **N. N.**: Theoretische Physik. —

Technische Hochschule Wien. **Lecher**: Experimentalphysik I, mit Demonstrationsergänzung; Anleitung für wissenschaftliche Arbeiten; Besprechung neuerer physikalischer Arbeiten. — **Jäger**: Optik; Ausgewählte Kapitel der Elektrotechnik; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener. — **Meyer**: Radioaktivität und Atombau; Radioaktives Praktikum (mit Przibram). — **Ehrenhaft**: Das elektromagnetische Feld; Seminar; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener. — **Haschek**: Die Materie (Fortsetzung). — **Przibram**: Formbildende Kräfte in der anorganischen und organischen Natur. — **Thirring**: Mechanik II; Die Idee der Relativitätstheorie. — **Kohl**: Elemente der Enstizitätstheorie. — **Sirk**: Atommodelle. — **Flamm**: Spezielle und verallgemeinerte Relativitätstheorie (Fortsetzung). — **Kottler**: Neuere Gravitationstheorien (Fortsetzung). — **Lampa**: Das physikalisch-kritische Werk E. Machs. — **Smekal**: Quantentheorie als Ergebnis der statistischen Mechanik; Einführung in die modernen Lehren des Atom-, Molekül- und Kristallbaues; Physikalisches Praktikum. — **Exner**: Meteorologische Optik; Besprechung neuerer Arbeiten aus Meteorologie und Geophysik. — **Schmidt**: Die Bewegungserscheinungen in der Luft- und Wasserhülle der Erde. — **Wagner**: Praktische Messungen mit erdmagnetischen Instrumenten. — **Conrad**: Über verschiedene Methoden der Klimabeschreibung. —

Technische Hochschule Wien. **Mache**: Physik; Ausgewählte Kapitel der Physik; Physikalisches Praktikum. — **Flamm**: Physik; Die Mechanik des Atoms. — **Aigner**: Physik. — **Schmidt**: Meteorologie und die wichtigsten Lehren der Klimatologie für Ingenieure. — **Eder**: Photochemie und angewandte Photographie; Photographisches Praktikum. —

Universität Zürich. **E. Meyer**: Experimentalphysik; Elektrizität und Optik; Ausgewählte Kapitel der Physik; Physikalisches Praktikum für Anfänger und Vorgerücktere; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten; Physikalisches Kolloquium; Repetitorium der Physik. — **Greinacher**: Radioaktivität, mit Experimenten; Radiologisches Praktikum für Naturwissenschafter und Mediziner. — **Ratnowsky**: Theorie der Wärme; Thermodynamik mit Übungen; Grundlagen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Erkenntnis. — **Tank**: Elektronenröhren und ihre Anwendungen. — **Meißner**: Einführung in die Spektroskopie; Übungen im Demonstrieren von Schulexperimenten. — **Epstein**: Theorie der Wärmestrahlung. —

Technische Hochschule Zürich. **Debye**: Physik: Thermodynamik, Optik; Repetitorium; Physikalisches Praktikum für Anfänger; Maxwellsche Theorie des elektromagnetischen Feldes; Wissenschaftliche Arbeiten in Physik; Physikalisches Kolloquium (mit Meyer, Piccard und Scherrer). — **Barbieri**: Photographie II; Photogrammetrie; Photographisches Praktikum; Mikrophotographie. — **Baur**: Physikalische Chemie I, Repetitorium; Technische Elektrochemie, Repetitorium; Physikalisch-chemisches Praktikum; Elektrochemisches Praktikum; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere. — **Brentano**: Kathoden-, Kanal- und Röntgenstrahlen; Meßkunde, insbesondere elektrische Messungen. — **Dällenbach**: Ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Wechselströme. — **Piccard**: Experimentalphysik, Repetitorium. — **Scherrer**: Physik II, Übungen; Ausgewählte Kapitel der Experimentalphysik. —

Tagesereignisse.

Für die **Messung radioaktiver Quellen** ist bisher weder über die Meßmethode noch über die Maßeinheit eine Vereinbarung erzielt worden. Die Folge ist, daß die Wässer in der Praxis nach verschiedenen Methoden gemessen werden, die keine vergleichbaren Werte geben. Um eine Vereinheitlichung herbeizuführen, hat das Sächsische Bergamt, das die behördliche Aufsicht über das sächsische Radiumwesen und insbesondere über die sächsischen Radiumbäder zu führen hat, die in Frage kommenden Radium-Institute, Radiologen und Radiumbäder Deutschlands, Österreichs und der Tschecho Slowakei zu einer Beratung auf den 27. Mai 1921 nach Freiberg in Sachsen eingeladen. Interessenten, die noch keine Einladung erhalten haben, wollen sich deswegen an das Sächsische Bergamt, Freiberg in Sachsen wenden.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Dr. S. Boguslavski zum Professor der theoretischen Physik an der Universität Saratow, der Dozent an der Universität Tomsk W. S. Titow zum Professor der Physik am landwirtschaftlichen Inst tut Omsk, der Professor der Physik an der Un versität Petrograd D. Roshdestwenski zum Direktor des optischen Instituts ebenda, der Professor der Physik an der Universität Nishny-Nowgorod W. Lebediewski zum Direktor des Radiolaboratoriums des Kommissariats für Post und Telegraph ebenda, der a. o. Professor an der Universität Heidelberg Dr. Karl Ramsauer zum ord. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Danzig, Dr. Agde in Halle zum Dozenten für chemische Technologie am Polytechnikum in Cöthen, der Privatdozent der Physik an der Universität München Dr. Peter Paul Ewald zum a. o. Professor der theoretischen Physik an der Technischen Hochschule Stuttgart, Professor F. G. Hopkins von der Universität Cambridge, England zum ord. Professor der Biochemie ebenda, der Privatdozent an der Universität Wien Dr. Friedrich Kottler zum charakterisierten a. o. Professor mit einem Lehrauftrag für mathematische Physik, der Privatdozent an der Universität Hamburg Dr. Bernhard Baule zum ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Graz (an Stelle von Professor Dr. Oskar Peithner Freiherr v. Lichtenfels), der Privatdozent für physiologische Chemie an der Universität Gießen Dr. Georg Haas zum a. o. Professor an derselben Universität, der a. o. Professor für physiologische Chemie an der Universität Marburg Dr. Friedrich Kutscher zum ord. Professor ebenda.

Berufen: Der Dozent der Universität Moskau Professor Dr. W. Arkadiew für den Lehrstuhl der Physik an der technischen Fakultät des volkswirtschaftlichen Instituts in Moskau.

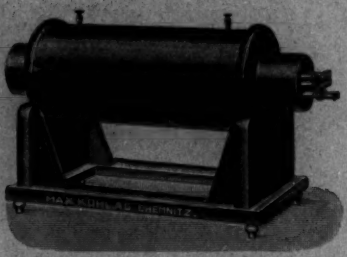
Ehrung: Der Präsident des Röntgenologischen Staatsinstituts, Professor der Physik am Polytechnischen Institut Petrograd A. Joffé wurde zum Wirkl. Mitgliede der russischen Akademie der Wissenschaften ernannt.

Gestorben: Das Wirkl. Mitglied der Russischen Akademie der Wissenschaften Professor der Physik an der Universität Petrograd Fürst B. Galizin, der frühere Professor der algemeinen Chemie an der Technischen Hochschule Wien Hofrat Dr. Alexander Bauer, der Vorstand des chemischen Instituts in London Bertram Blount, der Professor der Physik am Polytechnischen Institut Warschau Viktor Biernacki, das Wirkl. Mitglied der Russischen Akademie der Wissenschaften M. Rykatschew, früher Direktor des Physikalischen Zentralobservatoriums Petrograd.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Georg Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 2400000.



62382. Funkeninduktor mit Sekundärwicklung von geringem Widerstand, für Wehnelt-Unterbrecher, 400 mm Funkenlänge.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

In gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.

Optische Anstalt

C. P. Goerz A.-G.

Abt. Scheinwerferbau

Leutzsch bei Leipzig

Projektionsapparate

•

Ablesefernrohre
mit
Autokollimation

Goerz-Bogenlampen

mit **erhöhter** Helligkeit für Projektion, Kinematographie, Mikroskopie, Reproduktions- und Aufnahme-Ateliers, Therapie usw.

Inhaltsverzeichnis:

(Z. B. — Zusammenfassende Bearbeitungen.)

Seite

Debye, P., Molekularkräfte und ihre elektrische Deutung 302
Einstein: Über den Einfluß von Sonne und Mond auf das Zentrifugalfeld der Erde nach der — Gravitationstheorie, v. A. Kopff 309
Erde: Über den Einfluß von Sonne und Mond auf das Zentrifugalfeld der — nach der Einsteinschen Gravitationstheorie, v. A. Kopff 309
Gase: Aus der Ionenlehre der —, II. Mitteilung, v. H. Greinacher 289
— — III. Mitteilung 294
Gravitationstheorie: Über den Einfluß von Sonne und Mond auf das Zentrifugalfeld der Erde nach der Einsteinschen —, v. A. Kopff 309
Greinacher, H., Aus der Ionenlehre der Gase. II. Mitteilung 289
— — III. Mitteilung 294
Inspektion für Waffen und Geräte in Berlin, Bemerkung zum Aufsatz des Herrn W. Kramer: „Über die Verwertung des Spiegelbildes in der Photogrammetrie" 320
Kopff, A., Über den Einfluß von Sonne und Mond auf das Zentrifugalfeld der Erde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie 309
Ludewig, P., Das Tropf-Emanoskop. Eine Anordnung zur schnellen Bestimmung des Emanationsgehaltes radioaktiver Wässer 298
Maßsysteme: Untersuchungen über Aufbau und Zusammenschluß der Maßsysteme, v. W. Porstmann. (Z. B.) 315
Molekularkräfte und ihre elektrische Deutung, v. P. Debye 302
Mond: Über den Einfluß von Sonne und — auf das Zentrifugalfeld der Erde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie, v. A. Kopff 309

(Fortsetzung auf Seite III.)

Verlag von S. HIRZEL in Leipzig

C. Runge

Ordentlicher Professor
an der Universität Göttingen

Vektoranalysis

Band I: Die Vektoranalysis des dreidimensionalen Raumes

Preis geheftet 19.50 Mark, gebunden 27.— Mark.

Im vorliegenden Bande, der die Vektoranalysis von drei Dimensionen enthält, hat der Verfasser versucht, die üblichen Begriffe der Vektoranalysis im Anschluß und auf Grund Graßmannscher Gedanken übersichtlich darzustellen. Im zweiten Bande soll die Vektoranalysis von vier und mehr Dimensionen behandelt werden.

Kugelspiegel. D.R.P. 260314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.